



Red de Investigadores Educativos Chihuahua A.C.
Registro Padrón Nacional de Editores
978-607-98139
<https://www.rediech.org/omp/index.php/editorial/catalog>



ISBN: 978-607-98139-6-3
[https://rediech.org/omp/index.php/
editorial/catalog/book/20](https://rediech.org/omp/index.php/editorial/catalog/book/20)

Paula Andrea Rendón-Mesa
Jhony Alexander Villa-Ochoa
Liliana Suárez Téllez

2021

Seminario Repensar las Matemáticas como
estrategia para la formación de futuros
profesores de matemáticas: caso de la
modelación matemática

En A. Y. Soto Lazcano y L. Suárez Téllez (coords.). *Repensar las didácticas específicas. Una aportación multidisciplinaria a la enseñanza especializada* (pp. 105-121). Chihuahua, México: Red de Investigadores Educativos Chihuahua.



Esta obra está bajo licencia internacional
Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0.
CC BY-NC 4.0

Seminario Repensar las Matemáticas como estrategia para la formación de futuros profesores de matemáticas: caso de la modelación matemática

PAULA ANDREA RENDÓN-MESA
Universidad de Antioquia (Colombia)

JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA
Universidad de Antioquia (Colombia)

LILIANA SUÁREZ TÉLLEZ
Instituto Politécnico Nacional-DFIE (México)

Resumen

Este capítulo analiza cómo una estrategia complementaria, basada en la participación en la comunidad de innovación en formación, aporta al proceso formativo de futuros profesores de matemática en un curso de modelación matemática. Esta estrategia se implementó en un seminario del programa de la Licenciatura de Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. La participación de los futuros profesores con diferentes sesiones de trabajo del Seminario Repensar las Matemáticas (SRM) les permitió reconocer otros puntos de vista y fortalecer su formación como profesores e investigadores. Los productos de esta indagación (presentaciones orales, discusiones con otros profesores, informes escritos) fueron fuente de información para analizar y responder cómo la alternativa de formación permitió a los futuros profesores de matemáticas reconocer la modelación como una necesidad de su formación profesional y las oportunidades para la implementación en el cotidiano escolar percibiendo la importancia de interrelacionar asuntos que el profesor debe considerar para la innovación y la investigación.

INTRODUCCIÓN

Desde hace más de diez años, una parte de la investigación en Educación Matemática viene enfocándose en estudios para identificar conexiones, usos y aplicaciones de las matemáticas con otras áreas, con situaciones sociales y de la cotidianidad. Parte de este interés ha permitido consolidar la modelación matemática como un dominio de investigación en Educación Matemática donde la preocupación por la formación de profesores se ha convertido en investigación empírica sobre la enseñanza y el aprendizaje de la modelación (Schukajlow, Kaiser y Stillman, 2018).

La preocupación por la formación de los profesores ha permitido el desarrollo de estudios que busquen dar cuenta, entre otras cuestiones, de los conocimientos y las concepciones que se deben promover en ellos (Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci y Cakiroglu, 2016) y de las estrategias y las experiencias que deben “vivir” a lo largo de sus programas de formación (Cetinkaya *et al.*, 2016; Villa-Ochoa, 2016; Villarreal, Esteley y Smith, 2018). Cetinkaya y colaboradores (2016) diseñaron e implementaron un curso que proporcionó un contexto para que los futuros profesores describieran, evaluaran y refinaran sus concepciones acerca de la naturaleza y la pedagogía de la modelación matemática. Por su parte, Villa-Ochoa (2016) y Villarreal *et al.* (2018) precisaron, en sus programas de formación, que es relevante que los futuros profesores afronten experiencias, de primera mano, que les permitan re-crear ambientes en los que puedan tener un conocimiento tanto de la modelación como de su uso en sus futuras prácticas de enseñanza.

Comprender y considerar los aspectos que se relacionan con la formación de los futuros profesores es un tema relevante para la investigación, requiere de esfuerzos por parte de los formadores e investigadores. Por tanto, en los espacios de formación universitaria donde se estudia la modelación matemática, se requiere de innovaciones sobre el diseño de tareas, la vinculación de estrategias, la participación en comunidades y el desarrollo de experiencias que les permitan a los futuros profesores *vivir* la modelación. En ese sentido, este capítulo se propone analizar cómo una estrategia complementaria, que se basa en la participación con una comunidad de innovación y formación, aporta en el proceso formativo de futuros profesores de matemáticas en un curso de modelación matemática.

Para atender a este propósito se promovió la participación de los futuros profesores del curso en diferentes sesiones del Seminario Repensar las Matemáticas (SRM). Se les invitó a los participantes para que identificaran las comprensiones sobre la modelación que han circulado en el sitio web del SRM (<https://repensar-lasmaticas.wordpress.com>) y a partir de su proceder dar respuesta a la pregunta *¿Cuáles son los aportes que la participación en el SRM ofrece a la formación de futuros profesores en modelación matemática?*

Para lograr el fin propuesto, este capítulo se estructuró en cinco apartados. En el primero de ellos se ofrece una problematización donde se narra el origen de la intervención educativa. En el segundo apartado se presenta una fundamentación y

una caracterización de la estrategia de participación en el SRM y su relación con los propósitos del curso de formación en modelación. En el tercer apartado se describe el curso y la implementación de la estrategia complementaria de la cual extrajimos la información que se analizó; seguidamente se presentan los principales aportes de la estrategia. El capítulo cierra con consideraciones y reflexiones que el SRM ofreció a la formación de los futuros profesores para la modelación matemática y para su campo profesional e investigativo.

PROBLEMATIZACIÓN

Diseñar un curso de formación para futuros profesores que involucra el estudio de la modelación matemática requiere de innovación y de creatividad para explorar un campo tan amplio. Cuando un futuro profesor se acerca por primera vez al estudio de la modelación matemática es necesario que reconozca el carácter epistemológico, investigativo, educativo, didáctico, evaluativo, entre muchos otros que fundamentan el campo investigativo de la Educación Matemática. En este sentido, reconocer las voces de los investigadores, las posturas, las dinámicas, las propuestas metodológicas, los diseños, las actividades, es relevante tanto para ampliar visiones de cómo se relaciona la modelación con/en el aula, cómo se dinamiza un proyecto/tarea de modelación y cómo continúa creciendo como campo investigativo. Sin embargo, un solo curso universitario no es suficiente para ello, tal reconocimiento requiere profundidad y un estudio amplio en el tiempo.

Por las razones expuestas, los profesores formadores deben generar alternativas o estrategias que dinamicen tales necesidades y posibiliten, de manera ágil, ampliar los referentes y las concepciones acerca de este amplio campo de investigación como lo es la modelación matemática en la Educación Matemática. Es por eso que el SRM se convierte en una posibilidad de vincular la formación de profesores, la Educación Matemática, la investigación, la modelación, a partir de los recursos que esta red académica posibilita, y así agilizar y enriquecer el acercamiento que un futuro profesor debe tener acerca de este campo.

FUNDAMENTACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LA ESTRATEGIA ESPECÍFICA

En esta sección se presentan los fundamentos y el diseño del curso de modelación matemática orientado a la formación de futuros profesores, así como la implementación de la estrategia que vincula al SRM.

Fundamentos y diseño del curso de modelación

La investigación sobre las prácticas de enseñanza de los profesores de matemáticas ha evidenciado que una parte de ellas está influenciada por las maneras en que ellos aprendieron de sus profesores durante su formación (Kennedy, 1999; Zaslavsky, 1995). Este hecho sugiere la necesidad de una reflexión profunda sobre el diseño,

la implementación y los alcances de las tareas, las experiencias, las reflexiones y las estrategias que hacen parte de los programas de formación.

En el campo de la modelación matemática existe un interés en que los profesores desarrollen tareas y proyectos de modelación, al igual que diseñen e implementen planes de clase. A partir de las experiencias construidas a través de estas estrategias se espera que los futuros profesores tengan información “de primera mano” sobre los aspectos y los significados de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática a través de la modelación matemática. Con este propósito en mente, Villarreal *et al.* (2018) señalan que, a través de las experiencias promovidas en un curso de formación inicial de profesores, ellos construyen proyectos en los que evidencian fuertes relaciones entre modelación y los demás recursos utilizados, por ejemplo, la tecnología. Para las autoras, este tipo de experiencias permite que los futuros profesores usen tecnologías para modelar situaciones en las que hubiese sido imposible hacerlo sin ellas.

A partir de una revisión de literatura sobre los conocimientos y las competencias que los profesores deben tener sobre la modelación matemática, Cetinkaya *et al.* (2016) diseñaron e implementaron un curso que incluyó componentes como: actividades de modelación en clase, trabajo grupal (durante tareas de modelación y otras actividades en el aula), uso de tecnología (hojas de cálculo y calculadoras gráficas), examinar las formas de pensar de los estudiantes de secundaria, diseñar una tarea de modelado e implementarla, y discusiones teóricas en clase. Para los autores, en este curso se promovió el desarrollo de ideas sobre la naturaleza de la modelación matemática en las que se involucra qué es la modelación matemática, la relación entre la modelación y la comprensión significativa, y la naturaleza de las tareas de modelación. El curso que diseñaron estos autores también involucró actividades extra-clase (v. g., entrevistas y documentos de reflexión), las cuales se centraron, principalmente, en la provisión de oportunidades para que los futuros profesores cuestionaran las vivencias de clase.

El diseño de cursos para la formación de profesores en modelación matemática puede incluir desarrollo de tarea y de actividades que les permitan a los futuros profesores tener fundamentos teóricos sobre la práctica de modelación y su enseñanza. Adicional a estas tareas y actividades de clase, existen otras experiencias que se pueden ofrecer a los futuros profesores como oportunidades para su desarrollo profesional sobre modelación matemática.

En el marco del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, desde el 2013 se viene desarrollando un curso denominado Seminario de Especialización I. Este es un curso adscrito al Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes de la Facultad de Educación y tiene como propósito aportar a la formación profesional de futuros profesores en componentes conceptuales y prácticos de la modelación matemática. Este curso es un espacio de formación que pretende involucrar a los futuros profesores en experiencias de modelación matemática que se articulen al ejercicio docente en el área y a la actividad investigativa en Educación Matemática. En cuanto al ejercicio docente, se considera que la formación de profe-

sores se centra en saberes para considerar las aulas como espacios que posibilitan una construcción de otras relaciones entre las matemáticas y el mundo. En sentido investigativo se espera aportar elementos para la reflexión sobre las prácticas de modelación, posibilidades, limitaciones y desafíos tanto para el aula de clase como para la investigación en la disciplina. Para ello, se pretende involucrar a los futuros profesores con las percepciones actuales frente a la modelación matemática, con el ánimo de contribuir con las discusiones teóricas acerca de la modelación y las aplicaciones en matemáticas.

El curso se propone lograr en los futuros profesores: (i) un reconocimiento de los principales elementos que en la literatura se han reportado frente a la modelación matemática como alternativa investigativa en Educación Matemática y como un recurso en el aula; (ii) el análisis y el reconocimiento de situaciones contextuales a la luz de la modelación matemática; (iii) la identificación de los principales significados, tendencias y perspectivas en la investigación en modelación matemática y las diferentes maneras en que se le pueden dar forma en el aula de clase, y, finalmente, (iv) el fomento de la creación de estrategias para integrar la modelación matemática a los actuales desarrollos investigativos o a las prácticas de los profesores de matemáticas.

A lo largo del curso se implementan actividades como: desarrollo de tareas de modelación matemática, escritos, esquemas, mapas conceptuales, proyectos de modelación matemática, producción de videos y experiencias de modelación para el aula; también se promueve el desarrollo de lecciones de clase y de proyectos de modelación como estrategias de evaluación formativa (Sánchez-Cardona, Rendón-Mesa y Villa-Ochoa, 2021; Villa-Ochoa, Sánchez-Cardona y Rendón-Mesa, 2021). Junto con estas actividades, se promueven reflexiones y debates entre los participantes sobre los componentes teóricos y las implicaciones prácticas de las tareas y actividades de modelación, y también se vinculó una estrategia complementaria que se presenta en el siguiente apartado.

Estrategia complementaria: vinculación del SRM

En el desarrollo del curso, en el segundo semestre académico del 2018 y durante la primera semana se vinculó el SRM como una estrategia complementaria, pues se pretendió que esta comunidad académica, que vincula la videoconferencia y los foros de discusión como el vehículo para establecer un diálogo entre los profesores de matemáticas y los investigadores de la Educación Matemática acerca de sus hallazgos sobre algún aspecto del estudio de la misma, posibilite el estudio acerca de la modelación matemática.

La vinculación del SRM al espacio formativo proporcionó a los futuros profesores experiencias o escenarios para reconocer la participación de investigadores, profesores en ejercicio, formadores de profesores, futuros profesores y profesionales y estudiantes en general, y por ende, visibilizar un ambiente para la *colaboración académica*; asunto que establece asociaciones entre instituciones, la conformación de comunidades, la vinculación de repositorios y directorios de conocimiento, la promoción del desarrollo de acciones conjuntas entre pares y especialistas para ofrecer ejemplos de mejores prácticas (Kay, 2006).

Los videos, los foros y los documentos que profundizan la comunidad académica se convirtieron en recursos investigativos para el estudio de la modelación matemática como lo presenta la Figura 1.

Inicialmente, los formadores de los futuros profesores realizaron una presentación general del SRM; en ella indicaron los propósitos de formación, la metodología de las sesiones, las rutas y los objetivos de trabajo, de la colaboración, y los materiales que se disponen en su sitio web. Luego de ello, se les pidió a los futuros profesores reconocer las contribuciones que ha hecho el SRM al tema de la modelación matemática.



Figura 1. El SRM en el espacio de formación.

Fuente: Elaboración propia.

Una vez conocido el SRM, los futuros profesores se distribuyeron en equipos y, al interior de ellos, se asignaron roles para el rastreo de las sesiones sobre modelación matemática. Aun cuando en el sitio web del SRM aparece un listado de sesiones que se enfocan en el tema de la modelación, los futuros profesores decidieron buscar posibles presencias de la modelación en las sesiones no incluidas en la lista. Por subgrupos, identificaron uno a uno los documentos de cada sesión usando para ello las palabras: modelación, modelos y contextos. Los futuros profesores construyeron un documento para cada equipo, en este informaron: número de la sesión, título de la sesión, título del documento y fragmentos en los que se hace uso de los términos anteriores. Como resultado de esta búsqueda encontraron que en sesiones dedicadas a temas de la estadística, uso de gráficos, y conocimiento o formación del profesor se mencionaba de manera indirecta a la modelación. En el Apéndice 3 se encuentra la información de las sesiones compilada por los estudiantes.

La estrategia complementaria permitió que los futuros profesores participaran de sesiones de trabajo en el SRM, revisaran las discusiones, las puestas en común, y

visualizaron este escenario académico como una estrategia permanente y pertinente para reconocer puntos de vista y fortalecer su formación tanto como futuros profesores e investigadores.

METODOLOGÍA

Experiencia de innovación en la docencia y los datos

Cuando los futuros profesores rastrearon en las diferentes sesiones del SRM los aportes y las discusiones acerca de la modelación, identificaron significados, ideas y propuestas sobre ella. Como resultado de esta tarea construyeron un informe escrito, realizaron una presentación oral y participaron de una sesión de diálogo con los profesores del curso. Estas tres fuentes de información dieron como resultado diez documentos, cuatro audios de las sesiones de la presentación oral y tres videos de la sesión de diálogo.

Análisis de datos

Para responder la pregunta que orienta el estudio, el análisis se estructuró en dos fases. En la primera se leyeron los documentos y se revisaron los audios y los videos. Cada investigador utilizó un diseño emergente con el fin de identificar en los datos las evidencias sobre lo que los futuros profesores consideran un aporte significativo del SRM a la modelación matemática. Cada investigador compiló sus hallazgos en una matriz en la que presentó tipología, aporte y el número de seminario en el que se referenció el aporte.

Posteriormente se desarrolló una segunda fase en la que el equipo de investigación discutió las tipologías construidas por cada uno de ellos y se explicaron en colectivo sus significados y sus aportes. Los resultados de esta fase se presentan en la Tabla 1. Esta clasificación se convirtió en categorías de análisis, y posteriormente se revisaron de nuevo los datos en la búsqueda de apartados y ejemplos que ilustran cada categoría. A partir de esta búsqueda se extrajeron fragmentos de los textos o

Tabla 1. Categorías y tipologías para el análisis.

Categoría	Tipología	Características
Modelación matemática: un mosaico de ideas	Modelación como recurso en la clase de matemáticas	Se refiere a las razones que los estudiantes identificaron sobre por qué debe integrarse la modelación en la cotidianidad de la clase de matemáticas
	Modelación y sus comprensiones	Se refiere a las comprensiones de la modelación como estrategia, método, competencia, contenido, entre otros
El aprendizaje de la modelación una continua necesidad para el profesor de matemáticas	Oportunidades para discutir aspectos relacionados con la modelación en el aula	Se refiere a la identificación del uso de contextos y otros aspectos que se deben reconocer para usar la modelación en el aula
	El SRM como espacio de formación continua	Se refiere a las necesidades manifestadas de continuar formándose en la temática

Fuente: Elaboración propia.

de los enunciados de los futuros profesores para ilustrar los hallazgos. A lo largo del texto se usarán seudónimos para hacer referencia a los participantes.

¿QUÉ APORTÓ EL SRM A LA FORMACIÓN DE LOS FUTUROS PROFESORES EN MODELACIÓN? ALGUNOS RESULTADOS:

Modelación matemática como un mosaico de ideas

Los futuros profesores indagaron en las sesiones de modelación matemática que ha desarrollado el SRM significados, ideas y propuestas que han vinculado los diferentes roles, y buscaron construir sentidos a tales hallazgos; para ello, extrajeron fragmentos que consideraron relevantes y, en algunos casos, hicieron comentarios bien sea en el mismo documento o en las sesiones de discusión que se programaron. Como resultado, construyeron asociaciones con otros términos como: uso de gráficos, representaciones, realidad, importancia de las matemáticas, entre otros. En la Tabla 2 se encuentran ejemplos de los fragmentos que los futuros profesores extrajeron de los foros, los documentos de referencia o complementarios y los comentarios adicionales que ellos hicieron acerca de la temática.

Como resultado de esta interacción con los materiales del SRM, los futuros profesores reconocieron la diversidad de orientaciones, las comprensiones y los objetos de estudio con los que se relaciona la modelación. En la siguiente sección se presentan algunos de ellos.

Modelación como recurso en la clase de matemáticas.

Tanto en los documentos como en las sesiones de discusión, los futuros profesores resaltaron que la modelación es una manera de enseñar las matemáticas. Para ello, se fundamentaron en las sesiones que se dedicaron a reconocer el papel de la tecnología, de los gráficos y de la experimentación. Por ejemplo, en la sesión plenaria, se presentaron comentarios como:

...la modelación permite que los estudiantes resuelvan problemas en los que hay matemáticas [Margarita].

Se involucran problemas de la realidad de los estudiantes y eso los motiva porque ven la aplicabilidad de las matemáticas [Carlos].

...se ve la importancia de trabajar con la física [Margarita].

A lo largo de su formación, los futuros profesores habían atravesado por cursos de didáctica en los que exploran y discuten el papel de los recursos en la clase de matemática, por ejemplo, reconocen el rol de los materiales manipulativos, los juegos, los problemas, la tecnología, entre otros, como medio para la enseñanza de las matemáticas. Este primer rastreo, el rol de la modelación como un recurso también apareció. Los futuros profesores encontraron varios argumentos que justifican la presencia de la modelación en la enseñanza de las matemáticas, asignaron a la modelación un rol semejante al de otros recursos como medio que posibilita un apren-

Tabla 2. Términos y comentarios derivados en el SRM.

Términos asociados	Sesión	Ejemplos de fragmentos extraídos del SRM	Comentarios
Representación	Sesión 93: El lenguaje de los gráficos estadísticos como objeto cultural y académico. 10 de marzo del 2017	<i>Extracto del documento Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2011).</i> Los estudiantes resaltaron “Estas representaciones se usan también en las ciencias como puente entre los datos experimentales y las formalizaciones científicas y ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos, para poder modelizarlos” [DocumentoGrupo2]	La modelación involucra representaciones, pero entonces ¿los modelos son gráficos o ecuaciones? [video sesión plenaria] ¿Qué es la modelación? “La esencia del modelaje para mí es un movimiento entre mundos: del mundo del «problema» ... a otro mundo familiar, como el mundo de los símbolos” [DocumentoGrupo5]
	Sesión 90: Reflexiones sobre el aprendizaje del cálculo y su enseñanza. 12 de octubre del 2016	<i>Extracto del documento Hitt y González-Martín (2016).</i> Los estudiantes escribieron: “[los autores] asigna importancia a los procesos de representación y modelación utilizando un enfoque de diseño de tareas y aprendizaje colaborativo en un entorno sociocultural” [DocumentoGrupo1]	
Tareas y resolución de problemas y tareas	Sesión 98: Modelación en la enseñanza: el problema del peso de L'Hopital	<i>Extracto del documento:</i> Los profesores todavía tienen que experimentar la modelación por ellos mismos, les resulta difícil apreciar las potencialidades del uso de tareas de modelación en sus aulas. Para entender el funcionamiento interno de una situación y mantener control sobre el modelo matemático utilizado, es necesario pasar del paradigma empírico (simplemente destinado a predecir a partir de datos) al paradigma teórico (con el objetivo de comprender) para modelar la situación (Maul y Berry, 2001, citados por Caron y Pineau, 2017) [DocumentoGrupo4]	La modelación matemática puede ser vista como el proceso de resolución de problemas que se encuentran en situaciones de la vida real, con toda su complejidad. Ha sido descrita como un proceso multietapa y cíclico (transcriben el ciclo) [DocumentoGrupo4] [En las sesiones 1 y 16 hay una convergencia frente a la] “Dificultad: ¿para qué sirve el conocimiento matemático? Conocimiento matemático visto como un servicio y por ende como una aplicación matemática” [DocumentoGrupo6]
Contextos	Sesión 66. 19 de marzo del 2014	<i>Extracto del Foro:</i> ...¿Por qué este problema tiene que ver con el contexto de los estudiantes? ¿Es real y significativo para los estudiantes que participan en la investigación? ¿Por qué? El sentido de la realidad ha sido discutida por algunos autores, ¿qué considera usted que es la realidad desde su investigación? [énfasis en el original del estudiante, D5] <i>Respuesta a la pregunta:</i> ...así, por ejemplo, cuando decimos que el “60% de la población tiene cáncer” ya hay una <i>abstracción de la realidad</i> . El 60% ya no son las personas con cáncer y ni siquiera el número de personas con cáncer, pero es lo que entra como “realidad (abstraída)” a un proceso de modelación más complejo. Es lo que yo veo que propone Ruth (inicialmente tomado de Henry) como “pseudoconcreto” [énfasis en el original del estudiante, DocumentoGrupo5]	De todo lo que vimos en fin no me queda claro la modelación, porque unos lo ven como experimentos otro como situaciones de la vida real y otros como ejercicios por una cosa es o no es modelación [video sesión plenaria] ¿Qué diferencias hay si hacemos modelación de proyectos o con tareas contextualizadas? [video sesión plenaria]
	Sesión 97: La voz del docente como productor de conocimiento	<i>Extracto del documento Villarreal et al. (2015):</i> Los estudiantes resaltan las ideas de una perspectiva crítica que los autores del texto referenciaron del trabajo de Kaiser y Sriraman: “La perspectiva de modelación socio-crítica enfatiza el papel de las matemáticas en la sociedad y afirma la necesidad de apoyar el pensamiento crítico sobre el papel de las matemáticas en la sociedad, sobre el papel y la naturaleza de los modelos matemáticos y la función de la modelación matemática en la sociedad [DocumentoGrupo4]	Nos parece importante resaltar lo que dice la autora que los proyectos de modelación matemática ofrecen a los futuros profesores las condiciones para pensar en el uso de las matemáticas en diferentes contextos reales, imaginar escenarios de modelación matemática para sus futuras clases y discutir el papel de las matemáticas para tratar las preocupaciones sociales [DocumentoGrupo4]

Fuente: Elaboración propia.

dizaje “con sentido” de las matemáticas. En términos de Julie y Mudaly (2007), una de las comprensiones de la modelación es como vehículo para el aprendizaje de las matemáticas; en las evidencias que presentaron los futuros profesores reconocieron ese rol, sin embargo, ello no implica un reconocimiento de los mecanismos sobre cómo hacerlo en sus futuras prácticas. Esto implica la necesidad de un aprendizaje de la modelación y sobre cómo integrarla en las prácticas escolares.

Modelación y sus comprensiones.

En la literatura internacional pueden reconocerse varias comprensiones o perspectivas teóricas de la modelación matemática (Kaiser y Sriraman, 2006; Kaiser, 2017). Esa diversidad también ha circulado por las diferentes sesiones del Seminario Repensar las Matemáticas. En la Tabla 2 se enunciaron términos clave que los futuros profesores identificaron en las sesiones de modelación, como fueron: representación, tareas y resolución de problemas, contextos.

Poder recorrer los contenidos de las diferentes sesiones del SRM permitió a los futuros profesores reconocer la diversidad de comprensiones asociadas a la modelación matemática, asunto que también generó cierto grado de incertidumbre frente a los significados del objeto estudiado. Por ejemplo, en la sesión de discusión se dio el siguiente diálogo:

Alejandra: La verdad, después de todo lo visto, yo no sé qué es modelación.

Profesor: ¿Por qué dices que no sabes?

Alejandra: Es que en la sesión del profesor Francisco Cordero se dice que no es una aplicación, pero en otras uno ve que las matemáticas están presentes en la física, en la economía, en la ingeniería y en la cotidianidad; otros dicen que es una representación, la profesora Ruth muestra que es un proceso y muestra un ciclo, pero otros invitados no hablan de ciclos [tono de voz abrumado].

Profesor: Yo quiero resaltar lo que dices, ¡porque la modelación es todo eso y mucho más! Hay muchos términos que van a estar presentes y no todos los investigadores van a estar de acuerdo.

Camilo: Pero debe haber algo que los diferencie de otras cosas.

Profesor: Sí, a mi juicio, sea cual sea la comprensión de la modelación, hay algo que tienen todas. Una es esa relación o estudio, conexión, que hay entre dos cosas; en la sesión con Arrieta [sesión 13] lo llama “entes”, pero otros autores lo llaman “dominios” o “mundos”. Entonces, modelar es estudiar un algo a través de otro algo [el profesor continuó proporcionando ejemplos sobre por qué los mapas, las maquetas, planos, mapas conceptuales son modelos, aunque no matemáticos].

Este curso es el primer acercamiento formal que los futuros profesores tienen a la modelación en la perspectiva de la Educación Matemática. El contacto que en el curso se generó con las sesiones del SRM proporcionó una panorámica amplia de la diversidad de términos y comprensiones asociadas a la modelación. Sin embargo, en medio de esa diversidad, los futuros profesores manifestaron sentirse abrumados por la sensación de no comprender dado que no logran encontrar “una única definición

de lo que sería modelación”. Ese hecho sugiere que en los cursos se requiere de estrategias complementarias que les permitan a los futuros profesores identificar que los diferentes enfoques y énfasis de la modelación están en correspondencia con los posicionamientos teóricos, epistemológicos, contextos escolares, objetivos y alcances de formación que los profesores e investigadores ponen de relieve.

El aprendizaje de la modelación, una continua necesidad

El acercamiento que tuvieron los futuros profesores a las sesiones del SRM les permitió acceder a información directamente de los investigadores. Este contacto posibilitó un conocimiento de la modelación como una necesidad en su futuro ejercicio profesional. La experiencia con el SRM también ofreció oportunidades para reconocer que el aprendizaje de la modelación es un proceso que no se agota en el desarrollo de un curso específico ni en una sesión del mismo seminario.

Oportunidades para discutir sobre la modelación como medio para la enseñanza.

A lo largo de las sesiones de modelación en el SRM se han discutido temas relacionados con las prácticas sociales (sesión 1), construcción de conocimiento matemático (sesión 13), integración con la tecnología (sesión 66), modelación y sus relaciones con la cultura de los estudiantes (Sesión 86), entre otros. En particular, la preocupación sobre cómo los profesores pueden integrarla en su cotidianidad escolar ha estado presente en el espíritu del SRM y, por tanto, de las sesiones dedicadas a la modelación. Un aspecto recurrente que los futuros profesores identificaron fue la noción de contexto y realidad. Para ellos, las sesiones del SRM aportan a ver las matemáticas más allá de conceptos y procedimientos, por ejemplo, *Carlos* apuntó: “en las sesiones se resalta la modelación, porque le permite a los estudiantes ver las aplicaciones y utilidad de las matemáticas”. Cetinkaya y sus colaboradores (2016), siguiendo los planteamientos de MEA –Modeling Eliciting Activities–, señalan que existen investigadores en Educación Matemática que se centran en la enseñanza (tradicional) de las matemáticas para que sean útiles; esta visión representa una diferencia con quienes comprenden la modelación y el uso de modelos como una forma para que los estudiantes desarrollen sus propias formas de pensar matemáticamente.

Los profesores del curso aprovecharon este comentario para promover una discusión que permitiera diferenciar, por un lado, la modelación y las aplicaciones; por otro, los fines y propósitos que puede tener en el aula para no solo servir de vehículo para el desarrollo conceptual de los estudiantes. Al respecto se motivó a los futuros profesores para referirse a los usos que tenía la modelación en algunas de las sesiones del SRM. A manera de ejemplo, uno de los comentarios que surgió fue el siguiente:

En la sesión 66 con la profesora Ruth Rodríguez se les pidió a los estudiantes simular un desfibrilador con ayuda de un circuito eléctrico. En el documento se dice que se les pidió a los estudiantes

hacer un modelo para analizar el voltaje, pero allí se pidió que se argumentara sobre por qué ese modelo, y sobre todo para aprender sobre física. ¿Se podría decir que allí la argumentación y el uso como herramienta para otras ciencias es lo más importante? [*Sandra*].

Así como *Sandra*, otros futuros profesores formularon propósitos de algunas de las sesiones del SRM. Ello permitió que se direccionara la discusión hacia el tipo de tarea que se propuso en los documentos; por ejemplo, en la sesión 66 se preguntó sobre por qué esa tarea podría permitir argumentación y el aprendizaje de la física. Eso llevó a que los futuros profesores se cuestionaran sobre los contextos que ellos mismos podrían usar en su futura práctica como profesores. Así, por ejemplo, *Mónica* mencionó: “pero esas tareas, ¿cómo las podríamos adaptar para nosotros como profesores? Porque nosotros no vamos a enseñar física y no sabemos de física. Uno puede hablar de que ahí debería ser para estudiar su realidad o la cultura”.

Los futuros profesores aprovecharon este comentario para señalar que muchas veces con ese propósito se crean tareas estereotipadas (Villa-Ochoa, 2015) en las que se involucra a los estudiantes en imaginar situaciones “potencialmente reales” pero que en la práctica “crea otra realidad diferente a la realidad extraescolar” (*Profesor*). A partir de allí, se abrió un espacio para interpretar algunas experiencias en investigaciones previas y se discutió sobre la importancia de apoyar a los estudiantes para trascender el uso de las matemáticas fuera del aula, para ello, la modelación es una herramienta fundamental cuando vincula la matemática con el entorno social y cultural. En esta discusión, los ejemplos y las reflexiones de la sesión 86 del seminario permitieron discutir “la manera en que un estudiante se compromete con la realización de una tarea cuando es una tarea de clase [y su diferencia] cuando se resuelve un problema en la vida real en la que se tiene una necesidad” (*Sandra*).

El SRM como espacio de formación continua.

El uso de una estrategia basada en la revisión de las sesiones del SRM como complemento en un curso de modelación puede ofrecer oportunidades para que los futuros profesores reconozcan acciones que pueden realizar para el desarrollo de actividades de modelación en las aulas; también les permite disponer de ejemplos de tareas, situaciones y actividades que pueden retomar en sus futuras prácticas como profesores. Sin embargo, la pregunta por la integración de la modelación en la cotidianidad escolar sigue estando presente. Por ejemplo, en la sesión de discusión, después de reflexionar sobre las oportunidades y condicionamientos que ofrecen los contextos en la comprensión matemática, *Camila* comentó:

Durante el seminario, incluso desde antes, he tenido una pregunta sobre llevar la modelación al aula, y es que yo siempre he visto que en el aula siempre estamos permeados [dinámicas que nos obligan a enseñar] un tema y evaluamos, un tema evaluamos, entonces como tal, ¿cómo se lleva ese contenido? Yo entiendo hasta el momento que el contenido se lleva a la par con la modelación, pero cuando yo aplico modelación en el aula, eso interfiere con las pruebas de Estado [pruebas estandarizadas externas] si en realidad los estudiantes van a aprender los contenidos que se supone

deben aprender en la escuela, porque estamos regidos por ciertas normas y ciertas cosas que debemos cumplir y que ellos [los estudiantes] deben aprender [...] entonces, tengo una confusión, con el contenido, ¿cómo llevo el contenido, primero enseñó o qué? [transcripción del audio].

Este comentario de *Camila* es relevante en dos sentidos. El primero de ellos es el cuestionamiento que promovió en el grupo un debate sobre cuál es el fin de la formación en matemáticas y permitió que surgieran consideraciones sobre la diferencia entre “enseñar contenidos” y “formar ciudadanos matemáticamente competentes”, como se declara en el currículo colombiano (Colombia-MEN, 2006). En este último caso, los contenidos son un medio para la formación. Por otro lado, el comentario de *Camila* sugiere una preocupación vigente y continua en el SRM, pues pregunta por la integración de la modelación en el aula, trasciende el reconocimiento y seguimiento de los métodos, los procedimientos o los ciclos de modelación. En el contexto de este debate, la pregunta trascendió la naturaleza de la modelación matemática pues involucró un “cruce” con otros aspectos fundamentales del aula como, por ejemplo, currículo, evaluación y competencias.

El SRM ha dedicado sesiones al estudio de los temas mencionados y en el curso se promovieron espacios para este cruce temático. La interrelación entre diferentes áreas o temáticas de investigación en Educación Matemática podría proporcionar comprensiones y orientaciones sobre una actividad matemática escolar más acorde con la cotidianidad del aula. Esto sugiere nuevas ideas y desafíos para el SRM en tanto sería necesario promover acciones que integren los contenidos y las temáticas de las diferentes sesiones con el fin de promover una mirada alternativa de la complejidad del aula. Una posibilidad serían las sesiones en las que, a partir de un episodio de clase o de la experiencia de un profesor, se promuevan discusiones y análisis desde los diferentes frentes teóricos de los invitados al seminario.

Si bien el contacto que los futuros profesores tuvieron con el SRM les ofreció ejemplos de acciones, tareas y contextos, también es cierto que no fue suficiente para alcanzar una visión más clara sobre el quehacer cotidiano en el aula, ni para informar la toma de decisiones acorde con las condiciones particulares de los contextos escolares. Frente a ello, en los futuros profesores quedó el compromiso de concentrarse posteriormente en los foros con la intención de buscar intereses comunes con otros profesores. Este compromiso también permitió una reflexión sobre las oportunidades que ofrece el SRM para trascender las limitaciones de espacio y de tiempo que existen en los cursos y poder acceder y colaborar de manera asincrónica con los materiales presentes en el sitio web del SRM.

CONCLUSIONES

La literatura internacional ha reportado un conjunto de conocimientos que los profesores de matemáticas deben desarrollar con el fin de proporcionar condiciones para que se integre la modelación en la cotidianidad del aula de matemáticas. En correspondencia con ello, los programas de formación de profesores deben generar

acciones concretas para que los futuros profesores tengan experiencias que les permita constituir un conocimiento profesional sobre la modelación, en el que se integre no solo la modelación como actividad matemática, sino también frente a las maneras de actuar al enseñar la modelación (como objetivo) y a través de la modelación (como herramienta). Conforme se evidenció en este capítulo, la experiencia de participación en el SRM aportó en algunas de las componentes de este conocimiento.

El SRM se convirtió en un espacio de iniciación a la diversidad de perspectivas, comprensiones, tareas y alcances de la modelación; por un lado, esta iniciación contribuyó a que los futuros profesores reconocieran la modelación como una necesidad en su formación profesional para poder atender a los desafíos de la formación matemática de sus futuros estudiantes; por otro lado, se convirtió en un punto de partida para que los formadores pudieran diseñar un trabajo que les permitiera comprender las oportunidades que ofrece esa diversidad para una implementación en la cotidianidad escolar acorde con las condiciones propias del contexto educativo.

Por otro lado, el contacto que los futuros profesores tuvieron con el SRM les ofreció oportunidades, aunque no suficientes, para que en su campo profesional tuvieran ejemplos que ilustran potenciales maneras de organizar y gestionar el aula durante las actividades de modelación. Esto se evidenció en la atención que los futuros profesores pusieron no solo a los aspectos teóricos sobre la modelación, sino a las tareas y a las acciones que los investigadores resaltaron en sus artículos o sesiones. La organización y gestión de la clase es uno de los aspectos que Cetinkaya *et al.* (2016) han resaltado como relevantes dentro del conocimiento del profesor de matemáticas. Sin embargo, a pesar de las experiencias proporcionadas sobre este aspecto, la estrategia no es suficiente puesto que la complejidad del aula involucra una integración de la modelación con otros aspectos clave como el currículo, evaluación, gestión de clase, cultura escolar, entre otros. Estas interrelaciones son un aspecto que sugiere nuevos desarrollos para la innovación en el SRM y para la investigación.

Las condiciones escolares son un proceso en continuo cambio. Estos cambios van de la mano de las expectativas de formación de los futuros profesores, el desarrollo de nuevas tecnologías, las oportunidades de comunicación, la configuración de escenarios y disponibilidad de espacios y recursos. Todo ello hace que el aprendizaje de la modelación por parte de los profesores de matemática también sea un proceso en continuo cambio. En ese sentido, un espacio profesional *online* promueve la participación para que los futuros profesores, más allá de las restricciones espaciotemporales que ofrece un curso, puedan tener oportunidades para formarse de manera continua. Ello implica una necesidad adicional de que los formadores de profesores puedan canalizar acciones para otros usos de los recursos que dispone el SRM. Estas acciones deben propender por el reconocimiento de las participaciones de los demás profesores en las sesiones (en el diálogo y en el foro) y no solo de los investigadores invitados. Estas participaciones han generado interacciones con otros profesores y con los investigadores con asuntos también afines a la realidad escolar.

Referencias

- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Revista Números*, (76), 55-67.
- Caron, F., y Pineau, K. (2017). Modelación en la enseñanza: el problema del peso de L'Hospital [documento de trabajo para la sesión 98 del Seminario Repensar las Matemáticas].
- Cetinkaya, B., Kertil, M., Erbas, A. K., Korkmaz, H., Alacaci, C., y Cakiroglu, E. (2016). Pre-service teachers' developing conceptions about the nature and pedagogy of mathematical modeling in the context of a Mathematical Modeling course. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 287-314. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219932>.
- Colombia-MEN [Ministerio de Educación Nacional] (2006). *Estándares básicos de competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Hitt, F., y González-Martín, A. (2016). Generalization, covariation, functions and calculus. PME contributions in the last ten years. En A. Gutiérrez, G. Leder y P. Boero (eds.), *Handbook of research on the psychology of Mathematics education* (pp. 3-38). Rotterdam-Taipei: Sense.
- Julie, C., y Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school Mathematics in South Africa. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, y M. Niss (eds.), *Modelling and applications in Mathematics education* (vol. 10, pp. 503-510). Boston, MA: Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>.
- Kay, R. H. (2006). Evaluating strategies used to incorporate technology into preservice education. *Journal of Research on Technology in Education*, 38(4), 385-410.
- Kaiser, G. (2017). The teaching and learning of mathematical modeling. En J. Cai (ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 267-291). Reston, VA: NCTM.
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM - Mathematics Education*, 38(3), 302-310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>.
- Kennedy, M. M. (1999). The role of preservice teacher education. En L. Darling-Hammond y G. Sykes (eds), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 54-85). San Francisco: Jossey-Bass.
- Sánchez-Cardona, J., Rendón-Mesa, P. A., y Villa-Ochoa, J. A. (2021). Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas. *Meta: Avaliação*, 13(40), 543-570. <https://doi.org/10.22347/2175-2753v13i40.3243>.
- Schukajlow, S., Kaiser, G., y Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: A survey on the current state-of-the-art. *ZDM—Mathematics Education*, 50(1-2), 5-18. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0933-5>.
- SRM [Seminario Repensar las Matemáticas] (2021). *Seminario Repensar las Matemáticas*. Recuperado de: <https://repensarlasmatematicas.wordpress.com>.
- Villa-Ochoa, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(16), 133. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe>.
- Villa-Ochoa, J. A. (2016). Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase. El análisis de modelos como ejemplo. En J. Arrieta y L. Díaz (eds.), *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa* (pp. 109-138). Barcelona: Gedisa.
- Villa-Ochoa, J. A., Sánchez-Cardona, J., y Rendón-Mesa, P. A. (2021). Formative assessment of pre-service teachers' knowledge on mathematical modeling. *Mathematics*, 9(8), 851. <https://doi.org/10.3390/math9080851>.

- Villarreal, M. E., Esteley, C. B., y Smith, S. (2018). Pre-service teachers' experiences within modelling scenarios enriched by digital technologies. *ZDM - Mathematics Education*, 50(1-2), 327-341. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0925-5>.
- Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 15-20.

APÉNDICE 3. SESIONES DEL SRM

Tabla 3. Descripción de las sesiones del SRM.

Sesión	Tema	Investigador	Documento de referencia	Video
1	Modelación y enseñanza de las matemáticas	Francisco Cordero Osorio	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2012/09/44art-videoconf-08-2004.pdf	https://youtu.be/Jd1mJxiBVM8
13	Las prácticas de modelación y el conocimiento matemático	Jaime Arrieta Vera	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2012/09/resumen-jaime-arrieta.pdf	https://youtu.be/Hz2HX_wLN9I
16	Modelos matemáticos	Patricia Camarena Gallardo	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2012/09/s16-matemc3a1ticas-en-el-contexto-de-la-ciencia.pdf	https://youtu.be/8BeeQ19yzzQ
30	Uso de las gráficas en la modelación	Liliana Suárez Téllez	https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4064799.pdf	https://www.youtube.com/watch?v=YGX4kIGp0gc
52	Modelación matemática y cultura	Jhony Alexander Villa Ochoa	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2012/10/sense-of-reality_hamburgo_espac3b1ol.pdf	https://www.youtube.com/watch?v=aZEnwyB9VUY
64	Actividad matemática y modelación	Ricardo Nemirovsky	No se llevó a cabo la sesión	
66	Modelación y tecnología en ED	Ruth Rodríguez Gallegos	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2014/02/s66-material-de-referencia.pdf	https://youtu.be/Bhoz2GppwhM
71	El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque	Abraham Arcavi	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2014/01/s71-material-complementario.pdf	https://www.youtube.com/watch?v=YVps1wgx3DE
83	Matemáticas, tecnología, modelación	Rafael Pantoja Rangel	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2016/03/s83-documento-de-referencia.pdf	https://www.youtube.com/watch?time_continue=25&v=MjQLzEYglqw
86	Modelación en matemática educativa	Jhony Alexander Villa Ochoa	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2016/06/s86-documento-de-referencia.pdf	https://youtu.be/rAPrNP4vYfQ
98	Modelación en la enseñanza	Kathleen Pineau y France Caron	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2017/08/s98-documento-de-referencia.pdf	https://youtu.be/smsRllc_CTQ
110	Componentes de un ambiente de modelación	Paula Andrea Rendón Mesa	https://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2019/05/s110-documento-de-referencia.pdf	https://www.youtube.com/watch?v=QLqn9gZCLyA

Fuente: Elaboración propia.