



Red de Investigadores Educativos Chihuahua A.C.
Registro Padrón Nacional de Editores
978-607-98139
<https://www.rediech.org/omp/index.php/editorial/catalog>

ISBN: 978-607-98139-6-3
<https://rediech.org/omp/index.php/editorial/catalog/book/14>

Diana Del Carmen Torres-Corrales
Luis Alberto López-Acosta
Gisela Montiel Espinosa

2020

**Experiencias formativas de investigadores
en el desarrollo de proyectos doctorales de
Matemática Educativa**

En B.I. Sánchez Luján y R. Hinojosa Luján (coords.). *Trazas de la investigación educativa en la experiencia de sus Quijotes. Reflexiones y aportes* (pp. 103-119). Chihuahua, México: Red de Investigadores Educativos Chihuahua.



Esta obra está bajo licencia internacional
Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0.
CC BY-NC 4.0

Experiencias formativas de investigadores en el desarrollo de proyectos doctorales de Matemática Educativa

DIANA DEL CARMEN TORRES-CORRALES
LUIS ALBERTO LÓPEZ-ACOSTA
GISELA MONTIEL ESPINOSA

Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav - IPN

RESUMEN

Documentamos la experiencia de dos investigadores en formación en la elaboración de proyectos doctorales en Matemática Educativa bajo dos tópicos: el trayecto formativo y los caminos metodológicos para su elaboración, ambos vinculados en el planteamiento del problema de investigación. Consideramos que la elaboración de un proyecto en investigación cualitativa implica un proceso continuo, cíclico y reflexivo que permite plantear un problema de investigación original y acotado, el cual se refina al incorporar los fundamentos teóricos y metodológicos elegidos.

Con esta documentación se da un panorama general de cómo se lleva a cabo un proyecto dadas las decisiones metodológicas que se eligen y un panorama particular de las implicaciones que conlleva la articulación de una disciplina adicional a la Matemática Educativa para fortalecer el objeto de estudio, la etnografía educativa y la lingüística sistémico-funcional.

Palabras clave: Matemática Educativa; proyectos doctorales; formación de investigadores; problema de investigación.

INTRODUCCIÓN

Este escrito tiene como objetivo documentar la experiencia de dos investigadores en formación en el desarrollo de sus proyectos doctorales bajo dos tópicos: el trayecto formativo y los caminos metodológicos para su elaboración, ambos vinculados en el



planteamiento del problema de investigación. Los proyectos se enmarcan en la matemática educativa (ME), disciplina que se considera parte de las 'ciencias sociales y/o las humanidades', según la tradición y el tipo de investigación que se lleve a cabo, y cuyo objeto de estudio son los fenómenos didácticos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

El proyecto de investigación: Un proceso primordialmente formativo

El desarrollo de un proyecto doctoral en el campo de las ciencias sociales y/o las humanidades resulta un proceso continuo, cíclico y reflexivo que va perfilando el planteamiento de un problema de investigación original debidamente acotado, que pueda ser resuelto con los métodos y técnicas disponibles (Rodríguez-Gómez y Valldeoriola, 2012). Sobre todo consideramos que debe estar centrado en el proceso formativo de quien lleva a cabo el proyecto y en su incorporación a la comunidad académica, más que en el producto "tesis". De ahí la importancia de acompañar al investigador novel en el desarrollo del proyecto, vigilando la coherencia del estudio, orientando y apoyando la toma de decisiones metodológicas (Sánchez-Luján y Vázquez-Duberney, 2019), problema no menor, según reporta una de las revistas científicas con más tradición en nuestra disciplina (Cai, et al. 2019).

Con la expresión '*decisiones metodológicas*', nos referimos a toda elección que se toma para la realización de un proyecto de investigación, las cuales otorgan los aspectos particulares del estudio. Por ejemplo, la selección del fundamento teórico, los métodos y las técnicas para recoger los datos, el lugar, la población, entre otros.

La tarea de establecer un problema de investigación

Un problema de investigación [configuración de preguntas de investigación, preguntas auxiliares, objetivo(s), hipótesis] debe cumplir dos condiciones: que apunte a lograr un conocimiento original y que delinee un objeto de estudio bien acotado. Lograr ambas condiciones conlleva un trabajo sistemático que depende fuertemente de una revisión de literatura pertinente sobre el objeto de estudio (Belmonte, 2011).

A diferencia de la investigación cuantitativa, en la de tipo cualitativo se plantean problemas a partir de una revisión de la literatura que dé cuenta del estado actual de investigación. Se inicia por lo general con motivaciones personales o suposiciones de lo que se cree sobre un tema, se revisa qué han dicho otros autores al respecto y qué preguntas no se han respondido aún, y posteriormente se refina al incorporar los fundamentos teóricos y metodológicos que permitan responderlo (Agee, 2009).

De acuerdo con Watts (2006), una propuesta de investigación relevante debe dejar indicios claros respecto a las siguientes interrogantes:

- ¿Qué aprenderemos que no sabemos ya?
- ¿Por qué vale la pena saberlo?
- ¿Cómo sabremos si los hallazgos son válidos?

*¿Qué aprenderemos
que no sabemos ya?
¿Por qué vale la
pena saberlo?
¿Cómo sabremos si
los hallazgos son
válidos?*

Es claro que la primera pregunta, más relacionada con la originalidad de la(s) idea(s) a investigar, no puede ser respondida de manera satisfactoria si no se conoce el campo, lo cual también demuestra el conocimiento que el investigador posee sobre la disciplina de referencia (Cai, et al. 2019).

El refinamiento en la búsqueda, selección y revisión del material bibliográfico permite configurar hipótesis y preguntas cada vez más precisas que ayudan a justificar la relevancia del estudio.

Elaboración de un diseño flexible para la investigación

Una vez que se ha planteado el problema de investigación con la revisión de la literatura, se procede a elaborar un diseño flexible para la investigación, esto es, las etapas que se seguirán para desarrollar el estudio y responder al problema. Más que una secuencia de tareas a realizar, este diseño constituye un panorama general del estudio que refleja las *decisiones metodológicas* elegidas (de Vaus, 2001).

La función del diseño es asegurar que la evidencia obtenida con los datos permita responder el problema de investigación: ¿Qué tipo de evidencia se necesita para responder a la pregunta de manera convincente? Por esa razón, el diseño debe permitir realizar ajustes durante el desarrollo del estudio (de Vaus, 2001).

En los proyectos que aquí reportamos, se tuvo la necesidad de recurrir a otras disciplinas, lo cual resultó natural considerando que la Matemática Educativa se ha construido a partir de componentes de disciplinas diversas y, dada la naturaleza de su objeto de estudio, ha convenido adoptar y adaptar enfoques interdisciplinarios para dar respuesta a sus preguntas (Sriraman e English, 2010). Si bien existen opiniones encontradas respecto a generar una teoría universal en vez de múltiples marcos teóricos, Sriraman e English (2010) reconocen que hasta el momento no se ha llegado a un consenso sobre una teoría única que sea capaz de resolver cada problema de investigación, dado que no existen argumentaciones invariantes para todos los contextos matemáticos, entornos sociales y culturales de la sociedad.

En lo sucesivo mostraremos dos ejemplos de investigaciones con los que se pretende reflejar cómo se dio el proceso (continuo, cíclico y reflexivo) y cómo se elaboró un diseño flexible para los estudios.

POSICIONAMIENTO TEÓRICO ELEGIDO

En primera instancia, indicamos el posicionamiento teórico elegido de inicio para plantear los problemas de investigación y el método que seguimos para realizar la documentación de las experiencias formativas.

Teoría socioepistemológica

De los diversos marcos teóricos que tiene la matemática educativa, trabajamos desde la teoría socioepistemológica (TS, llamada también socioepistemología), que concibe que el conocimiento matemático es un objeto del pensamiento y tiene un uso culturalmente situado. La teoría reconoce que la construcción de significado matemático se da en el uso del conocimiento (Cantoral y Farfán, 2003).

El estudio de los usos del conocimiento matemático lo realiza mediante la problematización del saber, e incorpora hasta cuatro dimensiones: social (el valor de uso), epistemológica (la forma en que conocemos), didáctica (los modos de transmisión vía la herencia cultural), y cognitiva (las funciones adaptativas). Aunque las dimensiones no pueden analizarse una sin la otra, por cuestiones de método se separan temporalmente (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015).

La teoría socioepistemológica [...] concibe que el conocimiento matemático es un objeto del pensamiento y tiene un uso culturalmente situado.

Método para la documentación

El método que seguimos para documentar las experiencias formativas consistió en ejemplificar las cinco fases que vivieron nuestros proyectos doctorales. En cada una se fue refinando el planteamiento inicial del problema de investigación.

Aunque las fases no se realizaron de manera secuencial, para efectos de su comunicación se presentan ordenadas de la siguiente manera:

Fase 1	Recuento del inicio de la investigación: Motivaciones que generaron el estudio, preguntas iniciales y/o, objeto de estudio elegido.
Fase 2	Diseño de la investigación: El panorama general del estudio.
Fase 3	Resultados de los antecedentes del problema: Selección (criterios de búsqueda de literatura), organización (categorías elaboradas) y resultados.
Fase 4	Reconocimiento de la necesidad de articulación con otra disciplina: Cómo se tomó la decisión metodológica de elegir una disciplina adicional.
Fase 5	Resultados de la articulación de otra disciplina: Proceso vivido para la comprensión de la disciplina, por ejemplo, colegialidad con agentes expertos.

RESULTADOS DE LA DOCUMENTACIÓN

Presentamos dos casos de investigadores en formación que realizaron sus estudios de maestría y actualmente de doctorado en Matemática Educativa, bajo la asesoría de la misma directora de tesis.

Proyecto “Usos de Conocimiento en la Ingeniería”

El proyecto “Usos y significados de nociones trigonométricas de estudiantes de Ingeniería Mecatrónica en Robótica” nace de la experiencia docente cuando se identificó una problemática en la formación académica de futuros ingenieros: la desarticulación matemática relativa a la noción de razón trigonométrica entre las asignaturas de Ciencias Básicas y las asignaturas profesionalizantes. En particular en estas últimas (cursos de último año), situación cercana a la práctica profesional, se identifica en tres situaciones recurrentes: (1) el estudiante no reconoce la matemática, (2) el estudiante recuerda la matemática, pero no la emplea porque no domina los algoritmos asociados a ella, y (3) dado lo anterior, el docente de ingeniería debe dar un repaso de la matemática necesaria en su asignatura.

Enmarcado en la socioepistemología, el proyecto tiene la finalidad de identificar usos culturalmente situados y significados de las nociones trigonométricas bajo la hipótesis de que algunos de estos han quedado invisibilizados en las asignaturas de matemáticas porque en ellas su aprendizaje está centrado en el dominio de algoritmos, por lo que – si bien hay una articulación curricular de contenidos– hay una desarticulación en cómo se usa el conocimiento trigonométrico en las asignaturas profesionalizantes.

Consideramos que en los resultados del estudio se identificarán elementos de construcción social de conocimiento trigonométrico que podrían incidir en el rediseño del currículo de Ingeniería y quizás en niveles educativos previos.

Con la revisión de algunos planes y programas de una universidad pública del norte de México se delimitó la investigación en tres niveles (tabla 1).

Tabla 1. Planteamiento del estudio.

NIVELES	DECISIÓN METODOLÓGICA	JUSTIFICACIÓN
NIVEL 1: Programa educativo	Ingeniería Mecatrónica del Instituto Tecnológico de Sonora (ITSON).	Muestra contenido trigonométrico en el mayor número de asignaturas.
NIVEL 2: Asignatura profesionalizante	Robótica Industrial, teoría y laboratorio (manejo técnico de robots).	Sus contenidos muestran articulación curricular con las asignaturas previas (Ciencias de la Ingeniería y Ciencias Básicas –Matemáticas, Física, etc.–).
NIVEL 3: Problema concreto a estudiar	Problema cinemático directo.	Se elaboran esquemas geométricos y se desarrollan ecuaciones con nociones trigonométricas.

Fuente: Elaboración propia.

La problematización de las nociones trigonométricas desde la socioepistemología comienza cuestionando qué matemática y cómo se transmite y se construye en escenarios particulares, por ello se acotó la revisión bibliográfica a la didáctica de la trigonometría y a las aportaciones relativas a la matemática para ingeniería; estas son las categorías de búsqueda, con las cuales se organizaron los antecedentes.

En los antecedentes se identificó que la didáctica busca estrategias para un aprendizaje significativo de la matemática. Mientras que en la matemática para ingeniería, en problemas de diseño de máquinas (decisión metodológica por el problema seleccionado), la matemática está articulada con conocimientos disciplinares y se usa sin justificar por qué esta matemática y no otra.

Los resultados de los antecedentes nos permitieron identificar la originalidad y pertinencia del estudio: (a) la enseñanza y los usos en la ingeniería están separados; (b) no se identificó algún estudio en una asignatura profesionalizante, y (c) se reconoció que al realizar un estudio de los usos culturalmente situados era necesario incorporar una disciplina que permitiera una comprensión profunda de la cultura de la comunidad. Por ello se optó por un estudio etnográfico, decisión tomada por el acceso y facilidades que la universidad ha brindado al proyecto.

El proceso para comprender y articular el método etnográfico ha durado dos años y medio (tabla 2). *Primero*, durante medio año se realizó una revisión bibliográfica para estudiar el método y se respondieron seis preguntas: ¿qué es el método etnográfico?, ¿cuándo y para qué utilizarlo? (enfoque de cultura), ¿cuál es la influencia del investigador?, ¿cómo debe ser el comportamiento del investigador?, ¿cuáles son las etapas del método?, y ¿cuáles técnicas e instrumentos tiene?

Tabla 2. Momentos y etapas del método etnográfico de la investigación.

MOMENTO	ETAPA
I. Estudio del método (Medio año)	1. Revisión bibliográfica. Estudiar el método etnográfico para adaptarlo a la investigación.
II. Recolección de datos (Medio año)	2. Documentación del escenario de estudio. Estudiar a la Robótica como una disciplina científica y el problema cinemático directo. Técnica: Observación no participante. 3. Planeación del trabajo de campo. Diseño de instrumentos: (a) Plan de trabajo y protocolo para consentimiento y tratamiento de datos; (b) Cuaderno de notas y diario de campo para la observación participante; (c) Guiones para la conversación; y (d) Encuesta del perfil del estudiante.
III. Producción de datos (Medio año)	4. Trabajo de campo. (a) Entrada en el escenario; (b) Registro y análisis preliminar de datos; (c) Verificación de los datos; (d) Validación de los datos; y (e) Retirada del escenario. Técnica: Observación participante y conversación (grupos de discusión y entrevistas individuales).
IV. Análisis de datos (Un año)	Teoría socioepistemológica: <i>Métodos de selección de datos del episodio y análisis cualitativo de la actividad matemática.</i> 5. Análisis descriptivo. Especificar los contextos, cultural y situacional mediante una descripción densa. 6. Análisis de la actividad matemática. Especificar el contexto de significación y comprender a profundidad la unidad de análisis del problema de investigación.

Fuente: Elaboración propia a partir de Hammersley y Atkinson (1994); Geertz (2006); Rodríguez-Gómez y Valdeoriola (2012).

Segundo, durante medio año se estudió el conocimiento matemático y disciplinar de la Robótica con la observación no participante a través de fuentes documentales (libro, manuales disciplinares y diversos sitios de Internet). Así mismo, los instrumentos para el trabajo de campo se diseñaron de manera preliminar y se gestionaron los permisos con la universidad.

Tercero, durante medio año más se registraron los datos durante el semestre agosto-diciembre del 2018 en la asignatura de Robótica Industrial. Con la observación participante se estudió la producción de conocimiento matemático en su contexto natural, mientras que con la conversación se ampliaron y contrastaron los datos de la observación participante y la observación no participante.

La gran mayoría de las investigaciones relativas al álgebra estaban más cercanas a las etapas previas al bachillerato.

El trabajo de campo tuvo el seguimiento de dos académicos de la universidad: el tutor (profesor-investigador del Departamento de Matemáticas), quien supervisó a nivel metodológico, y el co-tutor (profesor-investigador del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica), quien recibió en sus clases de Robótica Industrial a la investigadora, validó la interpretación del conocimiento disciplinar y dio consentimiento para que la información registrada se hiciera pública.

Actualmente el estudio está en el cuarto momento, donde se eligió un estudio de casos y se desagregaron los datos por sexo (estudiante hombre y mujer) con el objetivo de interpretar a profundidad la cultura de la comunidad para responder a la pregunta: ¿Qué usos de las nociones trigonométricas se dan en la Ingeniería Mecatrónica cuando los estudiantes resuelven problemas de la Robótica?

Proyecto: "Usos del lenguaje algebraico simbólico en el discurso analítico algebraico"

La motivación inicial del proyecto se basó en el hecho de que, a pesar de la gran cantidad de investigación relativa al álgebra, los resultados de las últimas pruebas estandarizadas nacionales reflejaban una gran dificultad en el tratamiento de las expresiones algebraicas por parte de los estudiantes de bachillerato; además se reconoció que la gran mayoría

de las investigaciones relativas al álgebra estaban más cercanas a las etapas previas al bachillerato.

Como marco teórico de partida, se adoptó la teoría socioepistemológica con una hipótesis en la que se consideraba que el pensamiento algebraico se relaciona con la capacidad de las personas para construir y operar sobre lenguajes simbólicos dentro de contextos específicos. Por tal motivo, el objeto de estudio inicial fue la caracterización de la actividad matemática humana (social) vinculada con la producción y operatividad del lenguaje simbólico algebraico, con la intención de proveer a la didáctica del álgebra en este nivel de un carácter social que sustentara las construcciones de los estudiantes basadas en el uso.

Las preguntas de investigación planteadas en esta etapa fueron: ¿Qué elementos de la actividad humana matemática permiten la construcción del símbolo? ¿Cuáles son los mecanismos que permiten la constitución de un lenguaje matemático simbólico, socialmente compartido? ¿Qué elementos de la actividad humana generan la necesidad matemática de manipulación de lo simbólico?

Con base en este planteamiento, en el diseño de investigación se consideraron tres fases, establecidas de acuerdo con el tipo de investigación que se hace bajo esta teoría: 1) un estudio histórico-epistemológico sobre el lenguaje algebraico simbólico, en el que se visibilizan las condiciones socioculturales de su emergencia; 2) la construcción, aplicación y análisis de un diseño de intervención fundamentado en la naturaleza socioepistemológica del pensamiento algebraico, y 3) la confrontación de lo encontrado con el discurso matemático escolar.

Por lo tanto, bajo esta orientación planteada por el diseño de investigación en un principio, se hicieron tres revisiones bibliográficas generales que implicaron eventualmente reajustes y concreciones sobre el objeto de estudio inicial. Se pueden distinguir tres grandes fases que definieron el objeto de estudio actual de la investigación, sobre las cuales se detalla la toma de decisiones en la tabla 3:

Fase 1.

Se realizaron dos revisiones principales: La primera sobre compilaciones relativas al estudio del lenguaje, orientada por dos preguntas:

¿Qué es el lenguaje matemático? ¿Cómo se estudia el lenguaje matemático?

La segunda sobre los referentes teóricos empleados en los estudios sobre el lenguaje matemático, que se orientó por las preguntas: ¿Cómo se usa esta teoría para estudiar el lenguaje matemático? ¿Cuáles son los principios de la teoría empleada?

Esta fase tuvo una duración aproximada de un año.

Fase 2.

Se realizó sobre los trabajos en Lingüística Sistémico-Funcional (LSF) que estudian el lenguaje matemático, así como literatura teórica sobre la LSF.

La revisión se orientó por las preguntas:

¿Qué es la LSF?, ¿Qué tipo de teoría es?, ¿Cómo concibe y estudia el lenguaje?, ¿Cuáles son sus métodos?

¿Qué es el Análisis Sistémico Funcional del Discurso Multimodal (ASFDM)?, ¿Cuál es el estatus del lenguaje matemático dentro de ASFDM?

Esta fase duró un año aproximadamente.

Fase 3.

Como parte del método socioepistemológico, se realizó la problematización en la que se revisaron estudios histórico-epistemológicos relativos al lenguaje algebraico simbólico.

Esto implicó comenzar con la revisión en profundidad de los tratados algebraicos originales medievales y del Renacimiento (Viète, 1646; Descartes, 1637; entre otros) aludidos en estos estudios histórico-epistemológicos.

Las preguntas orientadoras en esta revisión fueron:

¿Cuál fue el desarrollo del lenguaje algebraico simbólico?

¿Qué tipos de operatividad simbólica estuvieron presentes a lo largo de la historia?

¿Qué justificaba la operatividad del simbolismo algebraico?

¿Cuáles fueron las circunstancias sociales y culturales que definieron dichos lenguajes?

Esta fase continúa actualmente.

En la tabla 3 se muestran las implicaciones de cada fase en la reestructuración del objeto de estudio en las que se plantearon nuevas hipótesis y preguntas.

Tabla 3. Decisiones metodológicas y repercusiones en el objeto de estudio.

FASE	CONSIDERACIONES Y DECISIONES METODOLÓGICAS	OBJETO DE ESTUDIO
		H: Nuevas hipótesis. PI: Preguntas de investigación.
1	<ul style="list-style-type: none"> - Se identificó una preocupación en los estudios respecto a la conciencia metalingüística del lenguaje matemático. - No se encontraron estudios significativos que abordaran el lenguaje algebraico desde perspectivas lingüísticas. - Se identificó que la LSF era una teoría que había sido usada con cierta recurrencia en la ME, por lo cual se consideró pertinente profundizar en la revisión. Dadas ciertas compatibilidades con la TS, se decide usar. 	<p>H: Se puede contribuir hacia una conciencia metalingüística para mejorar la enseñanza del lenguaje algebraico.</p> <p>PI: ¿Qué elementos pueden aportar hacia la reflexión de una conciencia metalingüística respecto al lenguaje algebraico?</p>
2	<ul style="list-style-type: none"> - Se identificó que la multimodalidad es un aspecto constituyente del lenguaje matemático y algebraico, por lo cual se decidió estudiar los "juegos" intersemióticos que se dan en el lenguaje algebraico. - Dada la dificultad por entender los constructos teóricos de la LSF, por ser una disciplina nueva para el investigador, se decidió realizar movilidad estudiantil por un semestre con un doctor experto en LSF para aprender los métodos de análisis de la LSF y comprender mejor el ASFDM, por lo que se estableció contacto con la investigadora creadora del ASFDM. 	<p>H: La construcción del lenguaje algebraico implica actos complejos de intersemiosis entre el lenguaje natural, simbología específica y representaciones compuestas.</p> <p>PI: ¿Cómo se produce la intersemiosis entre los tres elementos del lenguaje algebraico en los algebraistas y en los estudiantes?</p>

3	<p>– Se identificó que el estudio de la operatividad simbólica hubiese resultado complejo dada la diversidad de tipos de operatividad simbólica que se identificaron en la historia del simbolismo algebraico. Por esta razón se decide centrarse únicamente en el lenguaje simbólico paramétrico desarrollado por Viète y Descartes.</p>	<p>H: El lenguaje simbólico paramétrico trasciende al uso adoptado por previos algebristas a Viète y Descartes.</p> <p>H: El álgebra simbólica se transformó de una herramienta sintetizadora del discurso hacia una herramienta sobre la cual era posible investigar, descubrir y construir nuevos conocimientos, a partir de casos generales.</p> <p>PI: ¿Cuáles fueron las implicaciones de la reformulación del método de análisis en la creación de las álgebras de Viète y Descartes? ¿Qué particularidades en la actividad matemática de Viète y Descartes permitieron la emergencia de la ecuación simbólica paramétrica?</p>
---	---	--

Fuente: Elaboración propia.

El uso de la LSF ha permitido concebir y estudiar al lenguaje algebraico de manera integral y más robusta, toda vez que no solo centra la atención en el simbolismo matemático, lo cual tiende a ser el centro de la reflexión en torno al álgebra, sobre todo en la escuela, pues lo más común es pensar que el lenguaje algebraico son los símbolos que traducen el lenguaje natural. Los análisis llevados a cabo hasta el momento están permitiendo estudiar el lenguaje algebraico considerando que los distintos sistemas semióticos que lo componen —lenguaje natural, simbolismo matemático e imágenes compuestas (Droughard y Teppo, 2004; O'Halloran, 2005)— se articulan para cumplir funciones específicas dentro del discurso, lo cual es de suma importancia desde el punto de vista socioepistemológico, pues el uso del conocimiento desde la TS es una función intrínseca y característica de situaciones específicas (Cordero y Flores, 2007). De esta manera se busca la complementariedad teórica para abordar el uso del lenguaje algebraico simbólico, desde lo epistemológico y lingüístico, y confrontarlo con lo que hacen los estudiantes en la forma como están utilizando el lenguaje algebraico.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y REFLEXIONES

La documentación de la experiencia de ambos investigadores en formación, en el desarrollo de sus proyectos doctorales, mostró a grandes rasgos el trayecto formativo y los caminos metodológicos elegidos para elaborar una tesis doctoral. Aunque la elaboración de una tesis es el producto del proyecto, lo que permite su construcción conlleva un proceso formativo riguroso que depende, como mencionan Sánchez-Luján y Vázquez-Duberney (2019), sustancialmente del acompañamiento del director de tesis, de la reflexión profunda y organización del trabajo que haga el investigador en formación.

Durante el proceso formativo se ha de vigilar la coherencia y sistematización de las decisiones metodológicas para que el proyecto resulte una aportación a la disciplina, como reportan Belmonte (2011) y Cai *et al.* (2019).

Retomando los ejemplos de los proyectos, ambos mostraron que sus problemas de investigación se refinaron después de algunas fases que, si bien mostramos ordenadas, su realización implicó hacer tareas simultáneas: revisiones bibliográficas diversas, participación en eventos académicos, discusiones con agentes expertos y estancias en otras instituciones. Todo ello en conjunto permitió arribar a reflexiones profundas para repensar el diseño de la investigación y replantear los fundamentos teóricos y metodológicos necesarios; esto es, un proceso continuo, cíclico y reflexivo, como bien señalaron Rodríguez-Gómez y Valldeoriola (2012) y Agee (2009).

En particular, en las dos experiencias mostradas se reconoció la necesidad de incorporar otras disciplinas que permitieran un estudio más robusto del problema, ambas permiten ampliar el análisis y la discusión de los objetos de estudio.

En el caso del proyecto "Usos de conocimiento en la Ingeniería" la articulación del método etnográfico permitió dar un control sistematizado al registro de datos, seguir las directrices de ética que indica el método y validar cualitativamente la interpretación de la información por un experto en robótica. Esto permitió dotar de rigor a la investigación. Además, este control del registro de datos permite llevar a cabo un análisis con mayor diversidad de fuentes de información para estudiar con más amplitud el objeto de estudio y triangular los resultados.

La incorporación del método etnográfico fue una tarea que implicó un estudio minucioso para comprender el método y elegir los momentos y las etapas más apropiadas para el objeto de estudio; no solo se trató de revisar literatura de etnografía, sino de entender una disciplina autónoma y con identidad propia.

Adoptar el método etnográfico para una investigación en matemática educativa, sin ser etnógrafa ni experta en robótica, fue un reto que llevó una tarea exhaustiva durante el trabajo de campo, pues hubo que adiestrarse en cómo utilizar las técnicas e instrumentos elegidos, a la vez que ir registrando la información en diferentes respaldos (papel, procesador de texto, fotografía, audio y video) y organizarlos; y lo más complejo, evitar perder objetividad por la cercanía con la comunidad y por la enorme cantidad de datos involucrados.

El método etnográfico no solo ha fortalecido el objeto de estudio del proyecto, sino también la formación académica de la investigadora. Se considera que gracias a su articulación con la socioepistemología se podrá dar respuesta al problema de investigación con mayor profundidad y control que si se hubieran utilizado instrumentos para registrar los datos por experiencia individual y bajo concepciones personales de cómo se cree que se pregunta, observa y seleccionan los datos.

En el proyecto "Usos del lenguaje algebraico simbólico en el discurso analítico algebraico", la incorporación de una teoría lingüística al objeto de estudio permitió tener una concepción más robusta del lenguaje algebraico, en tanto es usual que sea concebido únicamente como las expresiones simbólicas. Por lo tanto, el estudio que se está llevando a cabo sobre su uso ha considerado su carácter multisemiótico, lo que permite construir "caminos semánticos" más robustos para comunicar y producir significados algebraicos. Estas consideraciones traen consigo reflexiones importantes para la enseñanza del álgebra, pues aumentan la complejidad de lo que usualmente es tomado en cuenta en las investigaciones relativas al pensamiento algebraico: ahora no solo se trata de enseñar a pensar algebraicamente, sino a "hablar" y "escribir" lenguaje algebraico, aspecto que será abordado en el futuro de la investigación.

Ahora no solo se trata de enseñar a pensar algebraicamente sino a "hablar" y "escribir" lenguaje algebraico, aspecto que será abordado en el futuro de la investigación.

Como se ha mencionado en el proceso para el entendimiento y uso de la LSF, en el trabajo fue crucial el diálogo con expertos de dicha teoría, pues además de que representaba incorporar elementos teóricos nuevos a la forma de estudiar el problema de investigación, también implicaba entablar diálogos, por lo cual se buscó asistir a los eventos de esa comunidad para recibir la validación de los expertos respecto al uso de la teoría, lo cual dio certeza de las interpretaciones.

Una de las limitaciones en el proceso para adoptar la LSF fue el acceso a la información, puesto que la mayoría de la literatura requerida para el estudio no estaba disponible para consultarla en nuestra institución; los préstamos interbibliotecarios ayudaron en parte a solucionar esta limitante, aunque no de manera significativa. Otra de estas limitantes ha sido el apoyo económico para la realización de estancias, pues los lugares que se consideraron pertinentes (países donde radican los expertos) requerían de recursos económicos que sobrepasan los institucionales y personales, por lo que se optó por buscar alternativas.

Consideramos que con la documentación de estas dos experiencias formativas se brinda un panorama general de cómo se lleva a cabo un proyecto de investigación doctoral dadas las *decisiones metodológicas* que se toman. Así mismo, también ofrece un panorama específico que ejemplifica las implicaciones que conlleva la articulación de una disciplina adicional a la Matemática Educativa con el propósito de fortalecer el objeto de estudio.



REFERENCIAS

- Agee, J. (2009) Developing Qualitative Research Questions: A Reflective Process. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 22(4), 431-447.
- Belmonte, M. (2011). *Enseñar a investigar. Libro del profesorado*. Ediciones Mensajero.
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robinson, V., Cirillo M., Kramer, S., y Hiebert, J. (2019). Posing Significant Research Questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 50(2), 114-120.
- Cantoral, R., Montiel, G., y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-17.
- Cantoral, R., y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Cordero, F., y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- De Vaus, D. (2001). *Research Design in Social Research*. Sage.
- Descartes, R. (1637). *Discours de la methode pour bien conduire sa raison, à chercher la verité dans les sciences. Plus la dioptrique. Les meteores. Et la geometrie. Qui sont des essais de cete methode*. Ian Marie Ed.
- Drouhard, J. P., y Teppo, A. (2004). Symbols and Language. En K. Stacey, H. Chick y M. Kendal (Eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra – The 12th ICMI study* (pp. 227-264). Kluwer Academic Publishers.
- Geertz, C. (2006). *La interpretación de las culturas*. Gedisa. 11ª ed.
- Hammersley, M., y Atkinson, P. (1994). *Etnografía. Métodos de investigación*. Paidós.
- O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images*. Continuum.
- Rodríguez-Gómez, D., y Valldeoriola, J. (2012). *Metodología de la investigación*. Universitat Oberta de Catalunya.
- Sánchez-Luján, B. y Vázquez-Dubernet, M. (2019). Enseñar a investigar: el reto de docentes, asesores y directores de proyectos de investigación en educación superior. En Arzola-Franco, D. (coord.), *Procesos formativos en la investigación educativa. Diálogos, reflexiones, convergencias y divergencias* (pp. 175-188). Red de Investigadores Educativos Chihuahua A.C., REDIECH.
- Sriraman, B. e English, L. (eds.). (2010). *Theories of Mathematics Education. Seeking New Frontiers*. Springer-Verlag.
- Viète, F. (1646). *Opera Mathematica*. Francis van Schooten, ed.
- Watts, M. (2006). Essentials for Research Design. En E. Perelman y S. Curran (eds.), *A Handbook for Social Science Field Research: Essays & Bibliographic Sources on Research Design and Methods* (pp. 175-196). Sage.