

Ideas fundamentales de estocásticos que se promueven en un estudiante de bachillerato, a través de una propuesta didáctica basada en un simulador de urna

Fundamental ideas of stochastics that are promoted in a high school student, through a didactic proposal based on an urn simulator

FABIOLA JUÁREZ MORALES • YURIDIA ARELLANO GARCÍA

Fabiola Juárez Morales. Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Licenciada en Ciencias y Tecnologías de la Información por la Universidad Autónoma de Guerrero y estudiante de la Maestría en Innovación de la Práctica Docente de Matemáticas de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. Correo electrónico: 14423279@uagro.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5520-0785>.

Yuridia Arellano García. Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Profesora-investigadora de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. Cuenta con estudios como Doctora en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Cuenta con publicaciones recientes en revistas como *International Journal of Science and Mathematics Education*, *Educación Matemática*, *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*, bajo las líneas de investigación dominio afectivo (emociones, creencias),

Resumen

Se presenta una investigación cualitativa, cuyo objetivo fue identificar las ideas fundamentales de estocásticos que se desarrollan en estudiantes de bachillerato, a través de una propuesta didáctica diseñada desde los enfoques de la probabilidad y en la simulación de un modelo de urna. La propuesta incluye el diseño y programación de una aplicación web que simula el juego de la tómbola (SDT), con el que los estudiantes realizaron simulaciones dinámicas un número grande de veces. La investigación se fundamenta en la investigación-acción educativa, la cual permitió ejecutar cuatro ciclos con el propósito de rediseñar las actividades y el SDT. En el cuarto ciclo se implementó la propuesta con siete estudiantes de 4° semestre de bachillerato en modalidad virtual, de los cuales reportamos uno. Se observó que a partir de la interacción con el SDT se promovieron las ideas fundamentales: medida de probabilidad, regla de la suma, regla del producto e independencia, variable aleatoria, modelo de urna y simulación y ley de los grandes números.

Palabras clave: Probabilidad, ideas fundamentales, enfoques de probabilidad, simulación.

Abstract

A qualitative research is presented, whose objective was to identify the fundamental ideas of stochastics that are developed in High School students, through a didactic proposal designed from the approaches of probability and in the simulation of an urn model. The proposal includes the design and programming of a web application that simulates the raffle game (SDT), with which the students performed dynamic simulations a large number of times. The research is based on educational action-research, which allowed the execution of four cycles with the purpose of redesigning the activities and the SDT. In the fourth cycle, the proposal was implemented with seven students from the 4th

invención de problemas y comprensión de las ideas fundamentales en nivel medio superior. Correo electrónico: yarellanog@uagro.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7841-1470>.

semester of High School in virtual mode, of which we reported one. It was observed that from the interaction with the SDT the fundamental ideas were promoted: probability measure, addition rule, product and independence rule, random variable, urn model and simulation and law of large numbers.

Keywords: Probability, fundamental ideas, probability approaches, simulation.

INTRODUCCIÓN

En la vida diaria a menudo se presentan situaciones de tipo aleatorio en las que se deben tomar decisiones que algunas veces son importantes, las cuales se terminan tomando usando intuiciones primarias, lo cual reduce las posibilidades de tomar, de forma consciente, una decisión razonada y basada en datos. Para tomar decisiones acertadas en situaciones de incertidumbre se requiere la construcción de conocimientos asociados al desarrollo de un pensamiento estocástico. Por esto, en los programas de estudio se establece que la enseñanza de la probabilidad se dé en todos los niveles educativos, iniciando formalmente en 5° grado de primaria (SEP, 2017).

A pesar de que en los programas de estudios se establece la enseñanza de la probabilidad, en la práctica es muy difícil que estos temas se aborden, debido a que estos contenidos generalmente son delegados hasta el final de los libros de texto y en consecuencia (ya sea por falta de tiempo, por el poco interés de los profesores o por falta de conocimientos de estos temas) solo se abordan superficialmente, predominando la enseñanza desde el enfoque clásico, o no son abordados (Batanero, 2000; López-Mojica y Aké, 2019). En consecuencia, los estudiantes avanzan en los niveles educativos careciendo de los conocimientos básicos de la probabilidad, y cuando llegan a niveles superiores presentan dificultades en la comprensión de conceptos estocásticos más difíciles.

En los años recientes, ha sido estudiada la comprensión del pensamiento estocástico en estudiantes de bachillerato, la mayoría de estas investigaciones refieren a indagar sobre las dificultades de aprendizaje que muestran los estudiantes cuando resuelven tareas en que se abordan conceptos de probabilidad específicos. Por ejemplo, Begué et al. (2019) analizaron la comprensión del concepto de distribución muestral, los resultados sugieren poca comprensión de variabilidad y se presentó el sesgo de equiprobabilidad (también reportado en Begué et al., 2020). Sanabria (2018) reportó que los estudiantes toman decisiones deterministas cuando enfrentan situaciones de tipo aleatorio.

Megías et al. (2018) identificaron que los estudiantes no diferencian eventos dependientes de independientes. Inzunza (2017) encontró que los estudiantes no saben relacionar el enfoque frecuencial con el clásico, esta misma situación fue reportada en Sánchez y Valdez (2017), sugiriendo que la relación entre estos dos enfoques puede ser establecida con cierto nivel de razonamiento sobre las ideas fundamentales de

estocásticos, especialmente con la ley de los grandes números. Ojeda (1995) reportó que los estudiantes confunden la probabilidad condicional con la conjunta, en investigaciones recientes se encontró que estas dificultades persisten (Huerta et al., 2017). Para solucionar esta problemática se recomienda que los contenidos de probabilidad sean abordados en el salón de clases mediante situaciones azarosas a partir del juego, incluyendo urnas, tómbolas, dados, etc. Este tipo de situaciones pueden ser aprovechadas para desarrollar las ideas fundamentales de estocásticos (Lonngi y Ojeda, 2011).

Se comprende la probabilidad desde tres enfoques: intuitivo, frecuencial y clásico (López-Mojica y Aké, 2019). En el estudio de la probabilidad desde el enfoque frecuencial, la experimentación es indispensable y para la comprensión de la ley de los grandes números se necesita que un experimento aleatorio se repita un gran número de veces, lo cual no es posible por el limitado tiempo de una clase de bachillerato. Por esto, la simulación por ordenador se considera una excelente herramienta didáctica, ya que permite realizar un mayor número de ejecuciones del experimento, contribuyendo a subsanar la falta de tiempo (Sada, 2011), a mejorar las intuiciones probabilísticas de los estudiantes (Serrano et al., 2009), en la comprensión de conceptos difíciles (Osorio et al., 2013), y permite crear situaciones motivadoras potenciando el entusiasmo y la participación en las clases (Contreras et al., 2019). En internet se puede tener acceso a *applets* dinámicas con las cuales los estudiantes pueden llevar a cabo simulaciones dinámicas que contribuyen a mejorar el razonamiento estocástico (Begué et al., 2020; Angarita et al., 2013).

Por todo lo anterior, el objetivo de esta investigación fue identificar las ideas fundamentales (Heitele, 1975) que se promueven con una propuesta didáctica en estudiantes de bachillerato para la enseñanza de la probabilidad, desde los enfoques de la probabilidad y en la simulación de un modelo de urna.

Teniendo como base lo anterior, la pregunta de investigación que perseguimos es: ¿Qué ideas fundamentales se promueven en estudiantes de bachillerato con la implementación de una propuesta didáctica basada en los enfoques de probabilidad y en un modelo de urna?

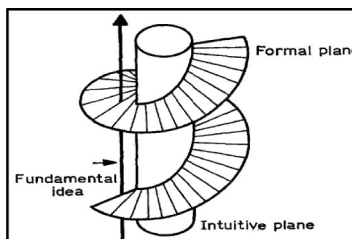
MARCO TEÓRICO

Para el desarrollo de la investigación se retomó a Heitele (1975), quien propone que las ideas fundamentales son aquellas que “proporcionan al individuo, en cada etapa de su desarrollo, modelos explicativos tan eficientes como sea posible y que difieren en los niveles cognoscitivos, no de manera estructural, sino solo en su forma lingüística y en sus niveles de elaboración” (p. 188). Las ideas fundamentales para el desarrollo del pensamiento estocástico son: 1) medida de la probabilidad, 2) espacio muestra, 3) la regla de la suma, 4) la regla del producto e independencia, 5) equidistribución y simetría, 6) combinatoria, 7) modelo de urna y simulación, 8) variable aleatoria, 9) ley de los grandes números y 10) muestra. Para Heitele, estas ideas deben organizarse

sobre un currículo en espiral, partiendo de un plano intuitivo hasta llegar a un plano formal (ver Figura 1).

Figura 1

Currículo en espiral

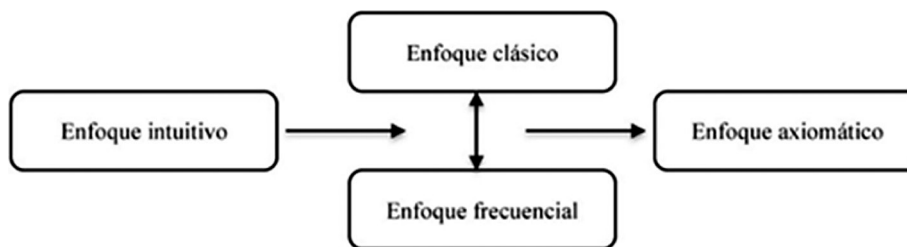


Fuente: Heitele, 1975, p. 188.

Además de las ideas fundamentales, se consideró la propuesta de López-Mojica y Aké (2019), quienes piensan que es necesario enseñar los temas de probabilidad partiendo de un enfoque intuitivo, posteriormente trabajar simultáneamente los enfoques frecuencial y clásico, para que a partir de estos tres enfoques se pueda arribar a la comprensión de un enfoque axiomático (ver Figura 2). Para el diseño de la propuesta se implementan los primeros tres enfoques.

Figura 2

Construcción del enfoque axiomático



Fuente: López-Mojica y Aké, 2019, p. 5.

METODOLOGÍA

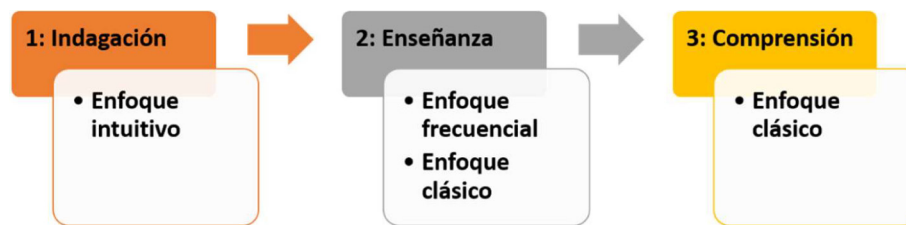
Para el desarrollo de la investigación se implementó la metodología de la investigación-acción, la cual consta de tres etapas: diseño, desarrollo e informe final. En la etapa de diseño se llevó a cabo el diseño general del proyecto. En la etapa de desarrollo se efectuaron cuatro ciclos de planeación, actuación, observación y reflexión, con el propósito de refinar la propuesta didáctica que incluye seis actividades de enseñanza y el SDT en versión web. En estos momentos el proyecto se encuentra en la etapa de informe final.

En el ciclo 4 se implementó la versión final de la propuesta, en la cual participaron siete estudiantes (tres mujeres [M1-M2-M3] y cuatro hombres [H1-H2-H3-H4]) de entre 16 y 18 años de edad, quienes cursaban el cuarto semestre de bachillerato en diferentes preparatorias del estado de Guerrero. La aplicación de las actividades se llevó a cabo en tres días (un día para cada fase) en modalidad virtual por medio de Zoom. Las sesiones fueron videograbadas, las cinco hojas de trabajo y un cuestionario en Quizziz fueron realizadas durante clase, además compartidas y devueltas por medio de Classroom.

Las actividades de enseñanza se distribuyeron en tres fases que se corresponden con los enfoques de la probabilidad 1) indagación, para observar las intuiciones sobre las ideas fundamentales, 2) enseñanza, para promover la enseñanza de las ideas fundamentales a través de la simulación de eventos y procedimientos matemáticos, 3) comprensión, para evaluar la comprensión de las ideas fundamentales después de su enseñanza (ver Figura 3).

Figura 3

Fases de la propuesta didáctica



Fuente: Fases adaptadas de la propuesta de López-Mojica y Aké (2019).

Las actividades se diseñaron a partir del juego de la tómbola, el cual consiste en introducir en una urna canicas de diferentes colores (rojo, azul, amarillo y verde) y cantidades. Se extraen dos canicas consecutivamente (con o sin reposición), los participantes deben apostar al color de canica que creen que saldrá en la primera y en la segunda extracción, si “adivinan” la primera se les devuelve la apuesta y si adivinan la segunda ganan el doble de su apuesta. Solo se venderá un boleto por cada resultado posible.

Para la fase de enseñanza se diseñó y programó el SDT en versión web (ver Figura 4), en el cual los estudiantes realizan extracciones aleatorias sucesivas (de una y dos canicas) y posteriormente observaron los resultados organizados en tablas. El SDT permite realizar simulaciones desde 10 hasta 1000000 de veces en cuestión de segundos.

Figura 4
SDT versión web



Fuente: Elaboración propia.

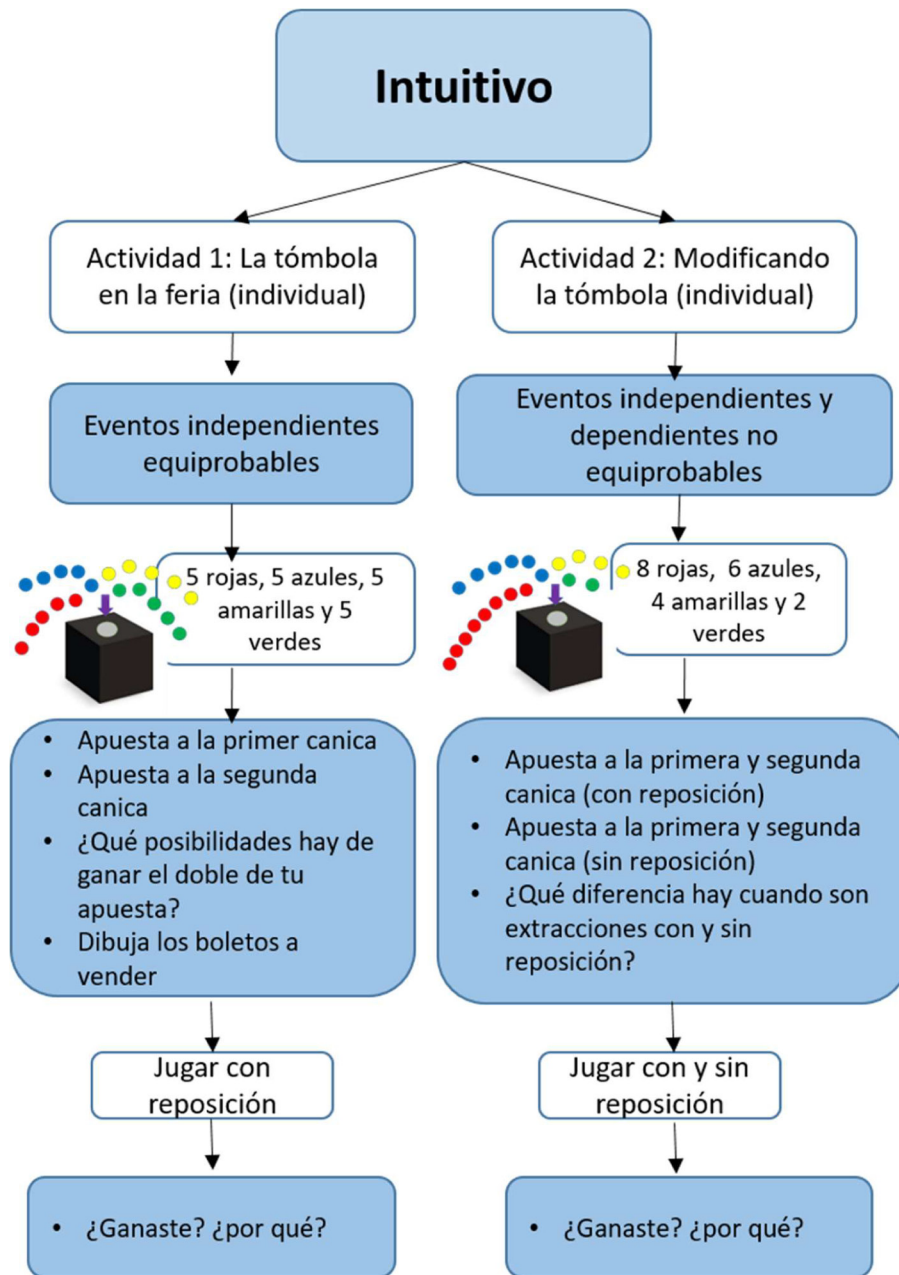
En las figuras 5, 6 y 7 se proporcionan de forma general las actividades diseñadas, en la Tabla 1 se pueden observar las ideas fundamentales a promover en cada una de las actividades.

Tabla 1
Ideas fundamentales a promover por actividad

Enfoque	Intuitivo		Frecuencial		Clásico	
	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3	Actividad 4	Actividad 5	Actividad 6
Medida de la probabilidad						
Combinatoria						
Espacio Muestral						
Regla del producto						
Independencia						
Condiciona						
Equidistribución						
Modelo de Urna y Simulación						
Variable aleatoria						
Ley de los grandes números						

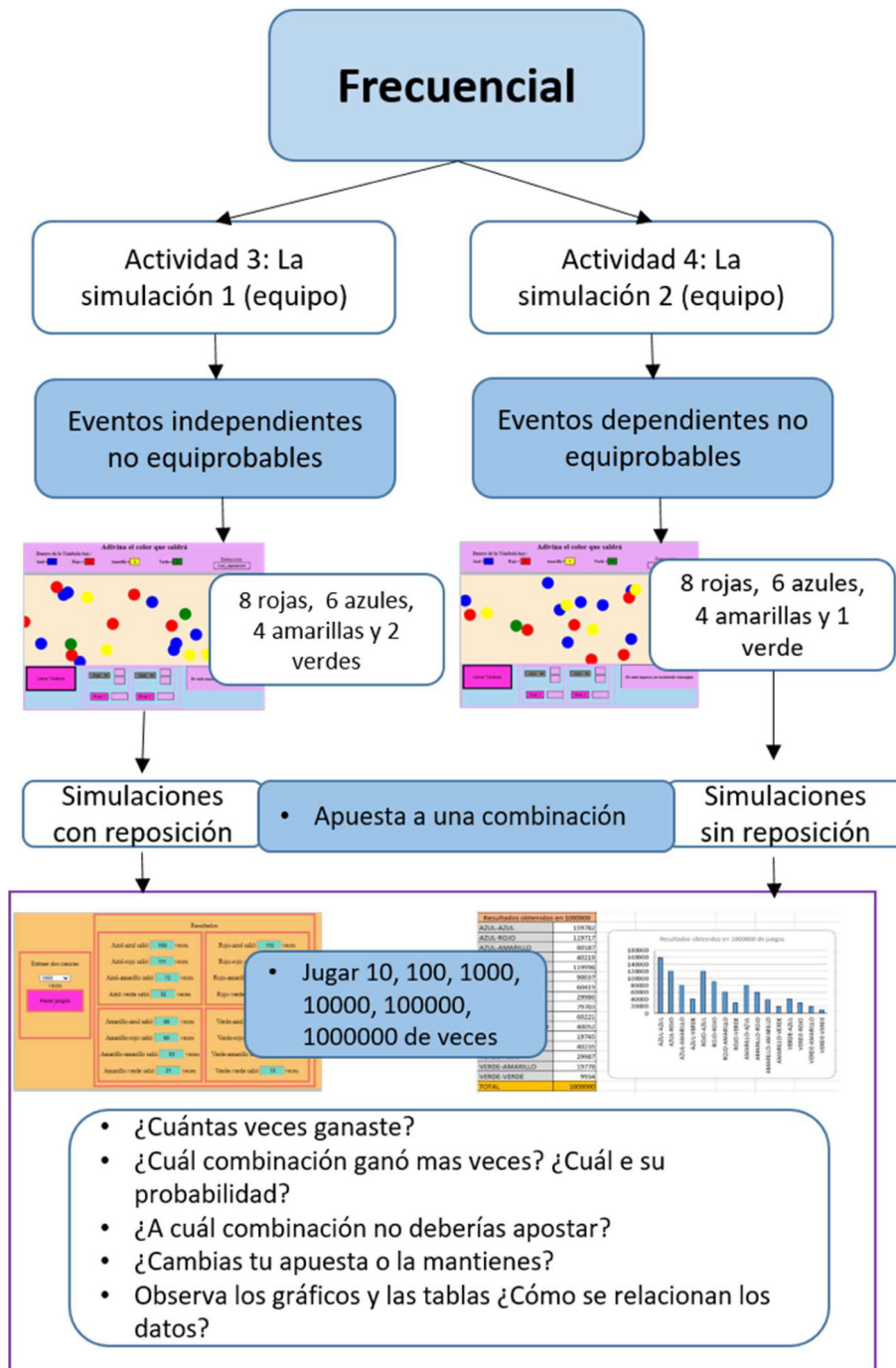
Nota:  ideas fundamentales a promover por cada actividad

Figura 5
Actividades 1 y 2 diseñadas desde el enfoque intuitivo



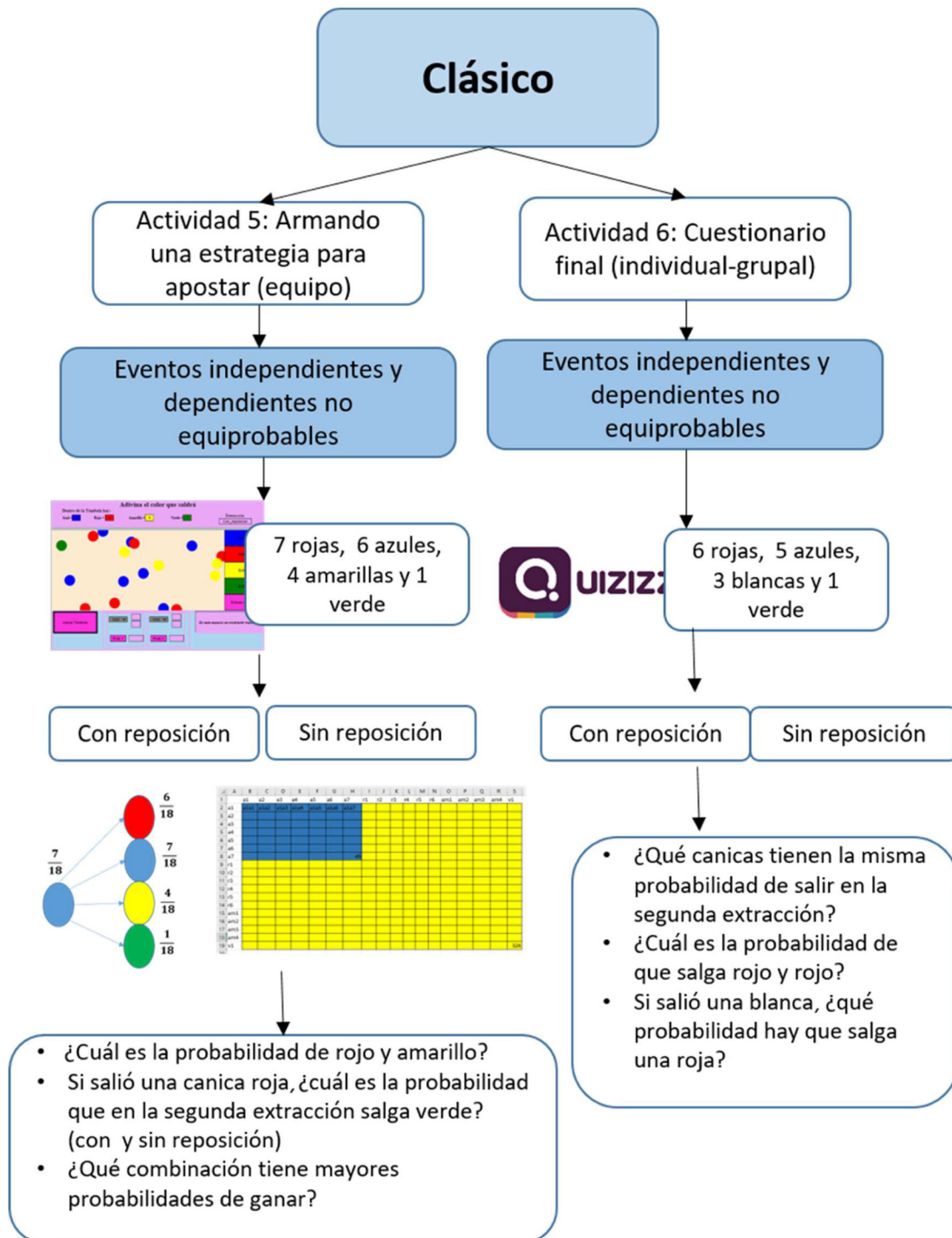
Fuente: Elaboración propia.

Figura 6
 Actividades 3 y 4 diseñadas desde el enfoque frecuencial



Fuente: Elaboración propia.

Figura 7
Actividades 5 y 6 diseñadas desde el enfoque clásico



Fuente: Elaboración propia.

ANÁLISIS DE LOS DATOS Y RESULTADOS

Después de la puesta en escena se transcribieron las videograbaciones. A partir de las transcripciones, por cada actividad se identificaron los episodios en los cuales cada uno de los estudiantes hacían referencia a alguna idea fundamental. En este reporte solo se presentan algunos resultados obtenidos para H1.

En la Tabla 2 se presentan las ideas fundamentales identificadas en cada una de las actividades realizadas por H1, contrastando con las ideas fundamentales que se planificó promover.

Tabla 2

Ideas fundamentales identificadas en H1 por actividad

Enfoque	Intuitivo		Frecuencial		Clásico	
	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3	Actividad 4	Actividad 5	Actividad 6
Ideas fundamentales						
Medida de la probabilidad						
Combinatoria y espacio muestral						
Espacio Muestral						
Regla del producto						
Independencia						
Condicional						
Equidistribución						
Modelo de Urna y Simulación						
Variable aleatoria						
Ley de los grandes números						
La regla de la suma						

No planificado en la secuencia- no identificado en la actividad del estudiante.

Planificado en la secuencia- no identificado en la actividad del estudiante.

Planificado en la secuencia- identificado en la actividad del estudiante.

No planificado en la secuencia- identificado en la actividad del estudiante.

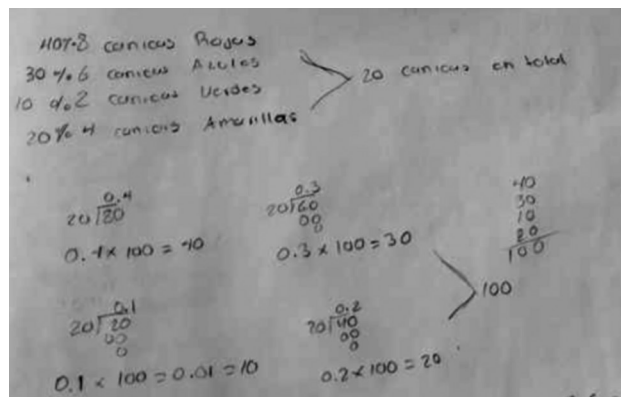
Ideas fundamentales identificadas en actividades 1 y 2

En la actividad 1, H1 elige el color de canica para la primera y segunda extracción.

H1: No importa qué color elija ya que todos los colores tienen las mismas probabilidades de salir, [si tengo que elegir] elijo rojo [...] la probabilidad es del 25%, para la segunda extracción elegiría verde, porque sigue habiendo la misma probabilidad del 25% para este color.

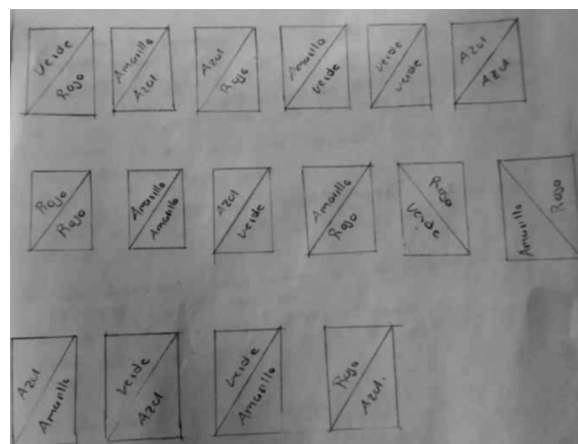
En este episodio identificamos que H1 hace referencia a la idea de medida de la probabilidad usando expresiones cotidianas y desde un enfoque clásico (ver Figura 8), ya que calcula la probabilidad de cada evento comparando los casos favorables con los resultados posibles. También identifica que, al haber la misma cantidad de canicas para cada color (equidistribución), los eventos tienen la misma probabilidad de ganar para la primera extracción. Después, para la segunda extracción con reposición, identifica que la cantidad de canicas para cada color y el espacio muestral se mantiene y por lo tanto las probabilidades no se ven afectadas (independencia).

Figura 8
Medida de la probabilidad enfoque clásico (H1)



Cuando se le pide que dibuje los boletos a vender en el primer juego, H1 obtiene los 16 resultados posibles (ver Figura 9) para dos extracciones sucesivas por medio de las combinaciones; pensamos que usa sus intuiciones sobre espacio muestral y combinatoria, ya que obtiene las combinaciones de una en una sin orden específico y sin usar un procedimiento matemático.

Figura 9
Representación de espacio muestral y combinatoria desde el enfoque intuitivo (H1)



Al finalizar las actividades se implementó el modelo de urna y simulación al realizar un juego usando el SDT, con esto, H1 usó variable aleatoria al identificar la situación de azar, al referirse a su incapacidad de predecir los resultados favorables.

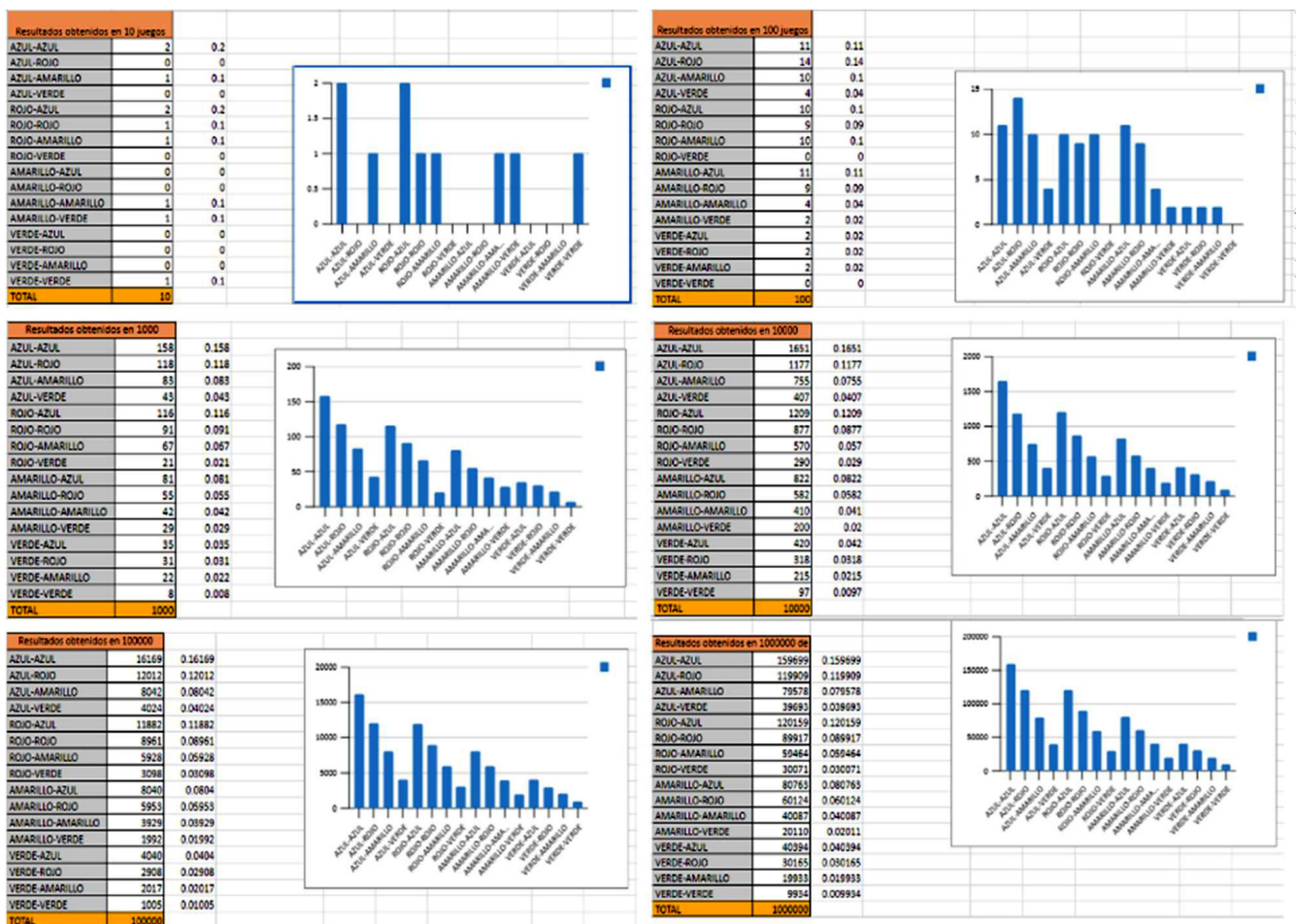
H1: [Perdí] porque es un juego de azar y no sabemos qué color de canica va a salir.

Ideas fundamentales identificadas en actividades 3 y 4

En las actividades 3 y 4, después de realizar las simulaciones (10, 100, 1000, 10000, 100000 y 1000000 de veces) usando el SDT (modelo de urna y simulación), registró los datos en las tablas de frecuencia, calculó la frecuencia relativa y dibujó los gráficos de barra correspondientes (ver Figura 10); luego mediante la comparación de todos estos elementos logró identificar la ley de los grandes números.

Figura 10

Registro y análisis de datos desde el enfoque frecuencial (H1)



H1: Podríamos decir que a medida que se realizan más juegos las probabilidades se van estabilizando.

CONCLUSIONES

Desde el análisis de los datos, se observó que, a partir del diseño de las actividades y usando el SDT, H1 logró desarrollar de forma significativa algunas ideas fundamentales como: medida de probabilidad, combinatoria, espacio muestral, regla del producto (condicional e independencia), equidistribución, modelo de urna y simulación, variable aleatoria, ley de los grandes números y la regla de la suma.

Desde la actividad 1, H1 ya estimaba la probabilidad de cada evento (eventos simples) comparando los casos favorables con los resultados posibles, es decir, medía la probabilidad desde un enfoque clásico, sin embargo, no logró relacionar los eventos como una conjunción $P(A \cap B)$. En las actividades posteriores (2, 3 y 4) donde se realizaban extracciones sin reposición, algunas veces confiaba en sus intuiciones para elegir una combinación de colores solo observando la cantidad de canicas que había dentro de la tómbola, sin percatarse de que al ser eventos dependientes las probabilidades cambian para el segundo evento. Creemos que a pesar de tener desarrollada la idea de medida de probabilidad desde el enfoque clásico, al tomar decisiones en situaciones de tipo aleatorio H1 regresa a sus intuiciones primarias para tomar decisiones, esto lo llevó a caer en errores de razonamiento al no diferenciar eventos independientes de dependientes, tal como lo mencionan Megías et al. (2018).

H1 contaba con intuiciones primarias sobre combinatoria y espacio muestral, ya que en la actividad 1 cuando se le pidió que obtuviera los boletos a vender, los dibujó de uno en uno sin orden específico y sin usar un procedimiento matemático (Figura 9). Posteriormente en la actividad 5, a partir de una tabla de doble entrada (Figura 11) que le permitió observar algunas combinaciones posibles de las 18 canicas para la primera y segunda extracción con reposición, consiguió identificar que para calcular los resultados favorables y la cardinalidad del espacio muestral es necesario aplicar un producto. Consideramos que H1 desarrolló las ideas de combinatoria y espacio muestral hasta un nivel suficiente, ya que, como lo menciona Heitele (1975), las ideas fundamentales proporcionan al individuo modelos explicativos tan eficientes como sea posible, por lo cual opinamos que la enseñanza de combinatoria y permutaciones desde fórmulas complejas debe darse después de que el estudiante obtenga las combinaciones mediante diversas representaciones concretas y por medio de esto comprender la relación que hay con los resultados favorables y el espacio muestral.

En las actividades del enfoque frecuencial (3 y 4), a través de la simulación de eventos (usando el SDT), el registro y análisis y comparación de los resultados obtenidos (desde las seis tablas de frecuencia y seis gráficos de barra), H1 observó la estabilidad en las frecuencias relativas cuando se realizan los juegos más de 1000000 de veces. Compartimos la idea de que la experimentación de situaciones aleatorias implementando material concreto es importante, sin embargo, por el poco tiempo disponible no se alcanzaría a realizar un número grande de repeticiones del experimento, por lo cual afirmamos que el SDT fue una herramienta muy importante que

permitió acelerar la experimentación y por medio de esto se desarrollaron intuiciones sobre la ley de los grandes números.

La situación planteada (dos extracciones sucesivas con y sin reposición) requería abordar eventos simples y compuestos. Como se mencionó anteriormente, desde la actividad 1, H1 ya estimaba la probabilidad de eventos simples desde un enfoque clásico, pero al cuestionarle sobre la probabilidad de los dos eventos que se relacionaban con “y”, contestó que se debían sumar las probabilidades de cada uno, lo cual mostró errores de razonamiento lógico, al no diferenciar la conjunción (y) de la disyunción (o). En la actividad 5 seguía proponiendo la suma para resolver la probabilidad conjunta; para solucionar ese error se le propuso realizar 1000000 de simulaciones con la cantidad de canicas propuestas para esta actividad, al calcular la frecuencia relativa observó que había mucha diferencia entre la probabilidad frecuencial y la clásica (ley de los grandes números), por lo cual concluyó que no debía hacerse una suma. Después, por medio de la tabla de doble entrada (Figura 11) con la que obtuvo los resultados posibles a través de las combinaciones, dedujo que para calcular la probabilidad conjunta debe aplicarse un producto. Como lo menciona Inzunza (2017), comprender la relación entre el enfoque frecuencial y el clásico es muy difícil para los estudiantes; en nuestro caso, por medio del SDT, al realizar las simulaciones un número grande de veces se logró la comprensión de la ley de los grandes números y por medio de esto se consiguió relacionar estos dos enfoques.

En la Tabla 1 se puede observar que en cada actividad se pretendía desarrollar ideas fundamentales específicas, pero en la implementación H1 hizo referencia a algunas ideas fundamentales que no se tenían contempladas en el diseño (ver Tabla 2), por ejemplo, en la actividad 5 para la comprensión de la regla del producto fue necesario desarrollar la regla de la suma, combinatoria y recurrir a la ley de los grandes números.

REFERENCIAS

- Angarita, M., Parra, A., y Sandoval, C. (2013). Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (38), 127-142.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, (15), 2-13.
- Begué, N., Batanero Bernabeu, C., Gea, M. M., y Díaz-Levicoy, D. (2019). Distribuciones muestrales en poblaciones binomiales: dificultades de comprensión por estudiantes de educación secundaria y bachillerato. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 15(56). <http://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/281>
- Begué, N., Beltrán-Pellicer, P., y de Hierro, A. (2020). Experiencias y recursos TIC en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad. *Investigación en Entornos Tecnológicos en Educación Matemática*, (1), 15-22.
- Contreras, J. M., Ruiz, K., Ruz, F., y Molina, E. (2019). Recursos virtuales para trabajar la probabilidad en educación primaria. *Innoeduca. International Journal of Technology and Educational Innovation*, 5(1), 72-80. <https://doi.org/10.24310/innoeduca.2019.v5i1.5240>
- De la Fuente, I., y Díaz, C. (2005). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación*

- Matemática "Thales"*, 59(1), 245-260. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/epsilon_condicional.pdf
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187-205.
- Huerta, M. P., España, U. D. V., Arnau, J., Pío, C., y Valencia, X. I. I. (2017). La probabilidad condicional y la probabilidad conjunta en la resolución de problemas de probabilidad. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (11), 87-106.
- Inzunza, S. (2017). Conexiones entre las aproximaciones clásicas y frecuencial de la probabilidad en un ambiente de modelación computacional. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (11), 69-86.
- Lonngi, P., y Ojeda, A. M. (2011). Comprensión de ideas fundamentales de estocásticos. Una experiencia con estudiantes sordos: edades 17-26 años. En P. Lestón (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 303-312). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- López-Mojica, J. M., y Aké, L. P. (2019). Argumentos intuitivos de futuros profesores: una experiencia con probabilidad. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, (14), 1-18. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2019.e61978>.
- Megías, A. I., Gea, M. M., y Batanero, C. (2018). Definición y ejemplos de dependencia e independencia de sucesos por estudiantes de bachillerato. En L. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, Á. Aguilar-González, P. Alonso, F. García y A. Bruno (eds.), *Investigación en educación matemática XXII* (pp. 338-347). Universidad de Oviedo.
- Ojeda, A. M. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional Ojeda 1995. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (5), 37-44.
- Osorio, M. A., Suárez, A., y Uribe, C. (2013). Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (38), 127-142. <https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/409>.
- Sada, M. (2011). Los applets para la enseñanza de la estadística y probabilidad. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 58(1), 38-48.
- Sanabria, G. (2018). La enseñanza determinista de la probabilidad. En Instituto Tecnológico de Costa Rica (ed.), *VI Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos* (pp. 1-15). Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Sánchez, E. A., y Valdez, J. C. (2017). Las ideas fundamentales de probabilidad en el razonamiento de estudiantes de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (11), 127-14. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.180>
- SEP [Secretaría de Educación Pública] (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/aprendizajes_clave_para_la_educacion_integral.pdf
- Serrano, L., Ortiz, J. J., y Rodríguez, J. D. (2009). La simulación como recurso didáctico en la enseñanza de la probabilidad. En *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 157-178). Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Cómo citar este artículo:

Juárez Morales, F., y Arellano García, Y. (2022). Ideas fundamentales de estocásticos que se promueven en un estudiante de bachillerato, a través de una propuesta didáctica basada en un simulador de urna. *RECIE. Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 6, e1677. <https://doi.org/10.33010/recie.v6i0.1677>



Todos los contenidos de RECIE. Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa se publican bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional, y pueden ser usados gratuitamente para fines no comerciales, dando los créditos a los autores y a la revista, como lo establece la licencia.