

La problematización de la matemática escolar como rasgo de la competencia docente del profesor de cálculo

The problematization of school mathematics as a feature of the Calculus teacher's teaching competence

LUIS MANUEL CABRERA CHIM • RICARDO ARNOLDO CANTORAL URIZA • NEHEMIÁS MORENO MARTÍNEZ

Luis Manuel Cabrera Chim. Facultad de Psicología de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México. Licenciado en Matemática Educativa (UADY) y maestro y doctor en Ciencias en la Especialidad en Matemática Educativa (Cinvestav-IPN). Presidente de la Academia de Matemáticas de la licenciatura en Psicopedagogía de la Facultad de Psicología. Líneas de investigación: pensamiento y lenguaje variacional, desarrollo profesional docente y evaluación en matemáticas. Miembro activo de la Red Cimates, CLAME y SOMIDEM. Correo electrónico: lmcabrerach@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3444-5166>.

Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. Es profesor titular D del Departamento de Matemática Educativa y cuenta con estudios como maestro y doctor en Ciencias por el Cinvestav-IPN. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Nivel III) y de la Academia Mexicana de Ciencias. Su línea de investigación es el desarrollo profesional docente en el pensamiento y lenguaje variacional. Miembro de la MAA, SMM, CLAME, CIMATE, ANPM. Correo electrónico: rcantor@cinvestav.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3852-3803>.

Nehemías Moreno Martínez. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México. Es profesor de tiempo completo en la Facultad de Ciencias. Perteneció al Sistema Nacional de Investigadores, Nivel 1. Es licenciado en Ciencias con especialidad en Física, maestría y doctorado en Matemática Educativa, postdoctorado en el Instituto de Ciencias de la Educación. Líder del

Resumen

Una competencia importante del profesorado es su capacidad para usar su conocimiento profesional a fin de desarrollar y gestionar las tareas de aprendizaje, así como tomar decisiones que permitan alcanzar los objetivos establecidos. En este sentido, resulta necesario que sean capaces de crear condiciones para que los estudiantes construyan su conocimiento. Esto lleva a cuestionarnos sobre cuáles son esos rasgos que permiten que los profesores desarrollen esta competencia. En este documento, que se enmarca en el campo de la formación del profesor de matemáticas, se discute cómo la problematización de la matemática escolar constituye una competencia importante que permite al profesor de cálculo, caso de estudio en este escrito, rediseñar el discurso matemático escolar y adecuarlo para atender las características y necesidades de sus estudiantes. Esta problematización, motivada por factores contextuales del lugar donde se desempeña, le permiten reconocer en el estudio del cambio y la variación en situaciones de predicción un aspecto central para potenciar que los estudiantes construyan conocimientos asociados con el cálculo. De este modo, la problematización de la matemática escolar se convierte en un rasgo importante para desarrollar la competencia docente.

Palabras clave: Competencias docentes, discurso matemático, matemática educativa, cálculo.

Abstract

An important competence of teachers is their ability to use his professional knowledge to develop and manage learning tasks and to make teaching decisions to reach the established objectives. Teacher must be able to create conditions for students to build their knowledge. In this paper, we discuss how the problematization of school mathemat-

Cuerpo Académico CA-UASLP-266 “Currículum, enseñanza de las ciencias y tecnologías para la educación”, miembro activo de la Red Cimates, CLAME y de la AAPT-Mx. Línea de investigación: interpretación y aplicación del mapa conceptual híbrido en las matemáticas, la física, la química y la biología escolar. Correo electrónico: nehemias_moreno@live.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5919-612X>.

ics allows the calculus teacher to do this. The problematization of school mathematics allows to change the school mathematical discourse and adapt it to the characteristics of the students. This makes the study of change and variation part of the school discourse and that students build knowledge associated with calculus. In this way, the problematization of school mathematics becomes an important feature to develop teaching competence.

Keywords: Teacher competencies, mathematical discourse, mathematics education, calculus.

INTRODUCCIÓN

El cálculo ha resultado difícil de enseñar para los profesores y difícil de aprender para los estudiantes (Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares, 2015). Esta es una de las razones por las que sus procesos de enseñanza y aprendizaje se han reducido al desarrollo de procedimientos algorítmicos (Cantoral, 2019; Zambrano, Escudero y Flores, 2019). Desde hace años, diferentes investigaciones han señalado las problemáticas de este enfoque: los estudiantes “aprenden” a derivar o integrar, pero no distinguen cuando la derivada y la integral son útiles para analizar un fenómeno; los estudiantes no pueden establecer relaciones entre la representación gráfica y el análisis de la derivada, entre otras (Artigue, 1995; Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares, 2015).

Para el caso particular de la derivada, Sánchez-Matamoros, García y Llinares (2008) mencionan cuatro ámbitos en los que se han focalizado los esfuerzos para su comprensión. El primero está en los conceptos de razón de cambio y cociente incremental (derivada en un punto). El segundo en los sistemas de representación y el debate entre los significados que se desarrollan en cada sistema. El tercero se encuentra en el desarrollo de las relaciones entre la derivada de un punto, la función y el operador derivada. El cuarto está vinculado con el estudio de las variaciones de las variables de las situaciones bajo estudio.

El último ámbito ha tomado relevancia en los años recientes, generándose amplia evidencia sobre la importancia del estudio de la variación como elemento que permite significar diferentes contenidos matemáticos, entre estos los del cálculo (Caballero-Pérez y Moreno-Durazo, 2017; Cantoral, 2019; Thompson y Carlson, 2017; Zambrano, Escudero y Flores, 2019). No obstante, lograr que el estudio del cambio y la variación y las propuestas educativas basadas en este enfoque sean parte inherente del sistema educativo requiere que los profesores desarrollen su pensamiento variacional. Esto constituye un reto, pues los mismos profesores tienen problemas para enfrentar situaciones variacionales (Caballero, 2012). Además, la *variación*, como elemento central de construcción de los conceptos del cálculo, no es aún un elemento consolidado dentro el actual discurso matemático escolar (dME) (Cantoral, 2019). Este

discurso refiere a aquel que está institucionalizado, es socialmente compartido y que transmite consensos establecidos sobre la significación de los objetos matemáticos y las trayectorias a seguir para construirlos, las cuales por lo general son vistas como caminos únicos del aprendizaje (Cantoral, 2016).

Por tanto, para incorporar el estudio del cambio en los procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo se requiere generar programas de formación y desarrollo profesional para el docente de matemáticas. Sin embargo, como señala Reyes-Gasperini (2016), estos no pueden realizarse bajo una perspectiva de proporcionarle al profesor los conocimientos que “no tiene”, sino que se debe buscar transformar su relación con el conocimiento matemático y desarrollar nuevas formas de significarlo, de modo que esto sea la base para su innovación y práctica profesional.

En el sentido anterior, Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares (2015) realizaron un trabajo que se centró en analizar cómo los profesores desarrollan la capacidad de “mirar profesionalmente” la enseñanza al trabajar con la derivada, es decir, reconocer “signos” relevantes para identificar su comprensión por parte de los estudiantes. Su investigación se enfocó en analizar tareas asociadas con la tasa de cambio, la interpretación gráfica de la derivada y el cociente de diferencia, la igualdad de límites laterales, la relación entre la función derivada y la función. Es decir, se centraron en los primeros tres ámbitos señalados por Sánchez-Matamoros, García y Llinares (2008), mencionados párrafos atrás, dejando fuera el cuarto referente al estudio de la variación. En otras palabras, se mantuvieron dentro el paradigma educativo del discurso matemático escolar.

Hasta el momento se han desarrollado varios trabajos que evidencian la importancia de rediseñar el discurso matemático escolar como parte del desarrollo profesional docente, como lo evidenció Reyes-Gasperini (2016), y algunos de estos han tomado al estudio del cambio y la variación como contexto para esto (Caballero, 2012; Montiel, 2009). Sin embargo, bajo este enfoque, existe poca evidencia de cómo los profesores incorporan este estudio en sus clases de forma posterior a los programas de formación y cómo es empleado para potenciar el aprendizaje.

Así, en este documento interesa analizar un caso de estudio sobre cómo la capacidad del profesor de cálculo para problematizar la matemática escolar, que a la vez impacta en el rediseño del discurso matemático escolar, le permite ajustar su práctica a las necesidades particulares de sus estudiantes e involucrar al estudio del cambio y la variación en ello. Es decir, esta problematización se convierte en un rasgo de la competencia docente.

COMPETENCIA Y EMPODERAMIENTO DEL DOCENTE DE CÁLCULO

Los profesores deben ser competentes para usar sus conocimientos profesionales de forma pertinente para el desarrollo de su práctica profesional vinculada con la enseñanza de las matemáticas, es decir, reconocer, promover y explicar aquellos as-

pectos o hechos relevantes para potenciar el aprendizaje de las matemáticas (Linares, 2016). Algunos ejemplos de competencias son “mirar profesionalmente” (Fernández, Sánchez-Matamoros, Valls y Callejo, 2018) o el análisis de las situaciones de enseñanza (Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan, 2018).

En la realización de este trabajo postulamos que el desarrollo de la competencia docente requiere involucrar a los profesores en un proceso de empoderamiento. Reyes-Gasperini y Cantoral (2016) señalan que un profesor está inmerso en este proceso cuando es capaz de problematizar la matemática escolar (PME) y apropiarse del saber, así como desarrollar una actitud de liderazgo que le permita innovar en su práctica, lo cual se traduce en transformar su relación con el conocimiento matemático escolar.

Entendemos la PME como la acción que parte de la introspección, la mirada del que aprende y los usos que este saber posee en la cotidianidad, apoyándose en las discusiones y reflexiones colectivas y en las investigaciones sobre dicho saber, o bien, siendo ellos mismos (los profesores) quienes se adentren a tal investigación [Reyes-Gasperini y Cantoral, 2016, p. 161].

Por su parte, Montiel (2009) evidencia cómo la *resignificación del discurso matemático escolar* promueve la transformación de la práctica docente, lo cual, de acuerdo con Reyes-Gasperini (2016), se logra mediante la PME. Así, estas dos acciones son de importancia para generar una *nueva relación con el conocimiento matemático escolar*. Esto generará conocimientos profesionales que permitan analizar aquellos aspectos o hechos relevantes para explicar el aprendizaje de las matemáticas, así como generar rutas o trayectorias de aprendizaje acordes con las necesidades de los estudiantes, las cuales pongan en su centro a las dimensiones humanas (la cultura, lo individual y lo social).

Para ejemplificar cómo la problematización de la matemática escolar promueve el desarrollo de la competencia docente, analizaremos, para un caso particular de un profesor de cálculo, cómo el estudio del cambio y la variación le permite generar procesos de significación para los saberes matemáticos que difieren de los establecidos en el discurso matemático escolar del cálculo, es decir, se plantea su rediseño a nivel personal dentro su práctica y conocimientos profesionales.

Estos “nuevos” procesos de significación se caracterizan por el establecimiento de situaciones variacionales que se fundamentan en prácticas predictivas, las cuales exigen poner en funcionamiento estrategias variacionales: comparación, seriación, estimación y predicción (Caballero, 2012). En estas situaciones, el estudio de la variación se presenta como aquello que permite comprender y enfrentar el desafío problemático que se plantea. Así, se pueden presentar dos niveles de estudio: global y local o puntual (Cabrera, 2014). La variación global se asocia con el análisis de las dependencias funcionales y comportamientos globales a partir de mediciones del fenómeno (por ejemplo, determinar las variables de interés en el movimiento de un cuerpo, sus relaciones y sus posiciones en ciertos tiempos o determinar las variables de interés al mirar el llenado de un recipiente, sus relaciones y las alturas de llenado en ciertos momentos), mientras que la variación puntual refiere al estudio de la va-

riación sucesiva de las variables, en muchos casos, de forma instantánea o entre momentos cercanos (por ejemplo, la velocidad y aceleración del móvil en un momento determinado o la velocidad o aceleración a la que cambia la altura del llenado del recipiente en un momento dado). Esta última variación permitirá determinar valores desconocidos del fenómeno e incluso determinar comportamientos globales futuros (por ejemplo, predecir cómo será el movimiento del cuerpo o el llenado del recipiente si se conservan las condiciones iniciales de estudio).

METODOLOGÍA

Para este estudio primero fue necesario identificar a profesores de cálculo que demostraran un desarrollo del pensamiento variacional, de modo que la implementación o no del estudio del cambio y la variación en sus clases y la forma de realizarlo, fuera una decisión propia y no debido a su falta de dominio. Para esto se generó un espacio de desarrollo profesional para profesores de nivel medio superior, enfocado en el desarrollo de este pensamiento. En este espacio se pusieron en juego tres momentos señalados por Cabrera (2014): resignificación de sus conocimientos de la matemática escolar, reflexión sobre la práctica profesional y sus desafíos, y puesta en práctica de los conocimientos generados.

A partir del seguimiento realizado con los profesores en dicho espacio de desarrollo profesional, se decidió trabajar con uno de ellos, pues poseía características de interés: liderazgo con sus compañeros; reflexivo sobre su práctica y la matemática; participativo en diferentes espacios de formación académicos, y presentaba un pensamiento variacional adecuado. Las primeras tres características son reflejo de estar inmerso en un proceso de empoderamiento docente, de acuerdo con lo propuesto por Reyes-Gasperini (2016). Por tanto, se optó por realizar un estudio de caso único de tipo instrumental (Stake, 1999), con la finalidad de comprenderlo y conocer el cómo y el porqué de sus características de interés (Ponte, 2006).

Este profesor, caso de estudio, tiene 27 años de experiencia como docente en un bachillerato tecnológico (lugar donde se desarrolló la investigación) y aproximadamente diez años como docente universitario en un instituto tecnológico. En estas escuelas imparte asignaturas de Matemáticas y Física. Ambas instituciones se encuentran en el Valle del Mezquital, en el estado de Hidalgo. Es maestro normalista con especialidad en Matemáticas y tiene una maestría en Enseñanza de las Ciencias; esta última la cursó a partir de una estrategia institucional para profesionalizar a los docentes y enfrentar los problemas de rezago y reprobación que se presentan en su bachillerato.

Para la recolección de los datos de la investigación se realizó un seguimiento de las actividades docentes del profesor caso de estudio, esto a través de videograbaciones de sus clases y la realización de entrevistas. El objetivo de ambas acciones fue, primero, identificar si el estudio del cambio y la variación se ponía en juego en su práctica docente dentro del aula, así como en las explicaciones y retroalimentaciones

que ofrecía a los estudiantes (videograbaciones) y, segundo, saber si esta acción era consciente e intencional y el porqué de esto (entrevistas). Las entrevistas también tuvieron el objetivo de conocer cómo ha sido su desarrollo profesional y el contexto educativo en el que se desarrolla.

Se realizaron observaciones no participantes de sus clases durante el semestre que impartió la asignatura de Cálculo Diferencial en un bachillerato tecnológico. Se videograbaron diez clases de 1:30 horas cada una, cuando abordó los temas de funciones, límites y derivadas. Al analizar las clases se puso atención en aquellos momentos cuando enfatizaba el estudio del cambio, aunque fuera de forma implícita, y que se correspondía con preguntas tales como “¿qué cambia?”, “¿cómo cambia?”, “¿por qué cambia?”, “¿cómo cambia el cambio?”, preguntas asociadas con el estudio del cambio y la variación (Cantoral, 2019). En los análisis no se consideraron actividades desarrolladas en el aula que hayan sido propuestas y tratadas en el espacio de desarrollo profesional en el que participó el profesor. Esto para conocer cómo él generaba sus propias trayectorias de aprendizaje dentro las situaciones de aprendizaje que aplicó en sus clases.

Con respecto a las entrevistas, se realizó una antes de videograbar sus clases y una al terminar cada bloque temático: funciones, límites y derivadas; estas últimas con la finalidad de comprender los objetivos de las situaciones de aprendizaje presentadas, las justificaciones de sus características y sobre aspectos relativos a la conducción de la clase o la forma como estas se relacionan con el estudio del cambio. Con esto se buscó establecer aspectos correlacionales entre los significados de los conceptos y procedimientos del cálculo y los fundamentos que guían la práctica del profesor con lo acontecido en las clases y la gestión desarrollada. Es decir, comprender cómo se ponía en funcionamiento su competencia docente.

ANÁLISIS DE DATOS Y DISCUSIÓN

A continuación, y por cuestiones de espacio, para presentar el análisis de datos solo se exhiben extractos de las entrevistas formales o episodios de interacción de las clases videograbadas, que fueron parte de la metodología. Las entrevistas tuvieron en promedio una duración de una hora y las clases de hora y media, lo que hace demasiado extensas las transcripciones para colocarlas como anexos. Además, hemos eliminado algunas ideas repetitivas, frases no audibles en las grabaciones o ideas que resultan secundarias. Estos casos se han ejemplificado con “[...]”. Del mismo modo, para dar contexto o ejemplificar lo que ocurría en las entrevistas o las clases, se han insertado comentarios identificados también con los corchetes, por ejemplo, en los extractos se podría encontrar con algo del tipo “[señala la gráfica 1]” para indicar que en ese momento el profesor desarrolló dicha acción.

Es importante mencionar que el profesor constituye un caso de estudio, hasta cierto punto, paradigmático o modelo para el enfoque teórico del trabajo, pues evi-

dencia estar inmerso en un proceso de empoderamiento docente (Reyes-Gasperini, 2016). Los indicios de esto son, por ejemplo, que la búsqueda de herramientas y recursos para enfrentar los desafíos de su práctica docente, en el contexto particular en el que se desempeña, la fundamenta en resultados de investigación (tabla 1), y que presenta características de un líder que motiva e impulsa a sus compañeros a innovar en su práctica, incluso él mismo impartiendo algunos cursos de formación.

Tabla 1. Extracto de transcripción de entrevista del bloque de funciones.

Orden	Participante	Transcripción
1	Profesor	Hace algún tiempo yo hice una maestría [...] luego, he asistido a los Diplomados, [...] los Talleres de Matemáticas y casi siempre me gusta leer, me gusta investigar. [...] Si he leído algo que me parece interesante busco la forma de llevarlo a la práctica para ver si es funcional.

Esta característica personal y los factores de su contexto educativo lo impulsaron a retomar la idea del cambio y la variación como aspecto central para significar la construcción de los conocimientos matemáticos del cálculo (tabla 2). Por ejemplo, los estudiantes del bachillerato donde labora son alumnos no aceptados en otras escuelas y tienen grandes problemas con los conocimientos previos. Durante las observaciones de las clases se pudo notar que, salvo algunos casos, los estudiantes presentaban problemas con el álgebra básica. Esto ha llevado a que el profesor busque formas de trabajo que no se centren en procedimientos algorítmicos-algebraicos, situación que se ha visto fomentada en los cursos que ha tomado, en los cuales se reflexiona sobre la necesidad de esto y en los que se proponen otras formas de trabajo, por ejemplo, partir de situaciones prácticas que promuevan la comprensión de los conceptos. Así, esta situación contextual lo ha llevado a cuestionar no solo cómo enseñar los

Tabla 2. Extracto de transcripción de entrevista inicial al profesor.

Orden	Participante	Transcripción
1	Investigador	¿Qué me podría decir del modelo formativo del CBTIS?
2	Profesor	[Busca] una educación integral, en todos los sentidos: la parte de valores, de conocimientos, de formación, de desempeño e inclusive cómo se puede proyectar hacia la comunidad, hacia su familia, hacia muchas cosas... en la parte de conocimientos se pretende que los alumnos se puedan desempeñar. Que los alumnos, por no tener la posibilidad de hacer una carrera universitaria, al menos se puedan desempeñar laboralmente... que puedan llevar a la práctica sus conocimientos... [Esa] es la parte fundamental. Porque la mayoría de los alumnos tienen esa característica [...]
3	Investigador	¿Cómo contribuye el cálculo a ese modelo formativo?
4	Profesor	Creo que lo tenemos que llevar hacia la parte del cambio: cómo relacionar que una cosa cambia con respecto a otra. Siempre hago mucho hincapié en esa parte cuando enseño cálculo. Les digo: "¿Saben qué? Es que este es un cambio, es una variación. Esto me indica que hay una comparación de una cosa con respecto a otra" [...] muchos de nosotros nos enfocamos a la parte algebraica, algorítmica... pero hasta ahí, cuando hay muchas situaciones prácticas que pueden enriquecer el trabajo.

contenidos del cálculo, sino también qué enseñar. Para responderse esto conlleva reflexiones sobre el uso de ese saber tanto en situaciones cercanas a ellos (tabla 3) como en su uso en contextos futuros (tabla 2) y fundamenta su innovación en la investigación (tabla 1). En otras palabras, *problematiza la matemática escolar*, de acuerdo con lo señalado por Reyes-Gasperini y Cantoral (2016).

Las ideas descritas en la tabla 2 se ven reflejadas en las situaciones de aprendizaje que el profesor desarrolla en el aula de clases. A continuación se presentan algunas discusiones en torno a una situación del bloque de funciones, que se aborda desde una perspectiva variacional, y cuyas características también se presentan al trabajar los bloques de límites y funciones. Este episodio refleja de forma nítida y concreta el énfasis en el análisis de las gráficas para comprender cómo cambian los fenómenos bajo estudio.

La situación de aprendizaje, que es una situación variacional, consistió en solicitar a los estudiantes que formaran equipos y que bosquejaran la gráfica del descenso de la temperatura del agua caliente. El profesor les pidió que primero bosquejaran cómo consideran que sería la gráfica (que denominó “de la idea”). Posteriormente se le proporcionó a cada equipo un termómetro y agua caliente, y se les pidió que elaboraran una tabla tomando la temperatura del agua cada tres minutos por 21 minutos. Con esta información debían realizar de nuevo la gráfica (que denominó “de la realidad”) y debían comparar esta con la primera. Luego de realizar la segunda gráfica, se les pidió que anticiparan cómo sería la gráfica si se pudiera seguir tomando la temperatura por una hora más.

En la tabla 3 se presenta un episodio de interacción entre el profesor y un estudiante al analizar las gráficas que realizó su equipo.

El profesor tiene como objetivo que los estudiantes analicen si la temperatura desciende de forma constante o variable, reflejándose esto en una línea recta o una curva. Para esto, espera que los estudiantes puedan comparar las diferencias de temperatura en cada momento de su registro (cada tres minutos) y luego comparen si estas diferencias son iguales o son variables (seriación). El estudiante 1 que participa del segmento muestra que ha realizado estas acciones esperadas (“de 6 minutos a 12, bajó 4°, y de 12 a 18, bajó solo un grado”), pero tiene problemas para identificar este comportamiento en la gráfica, mirando la tendencia de la gráfica (la línea recta cada vez está más abajo al avanzar el tiempo) y no la variación en la forma de decrecer. Por tanto, el profesor interviene para socializar los análisis y llegar a un acuerdo sobre la forma de la gráfica.

En este episodio se observa cómo el análisis de la variación global (dependencias funcionales y comportamientos generales) se va refinando a partir del análisis de la variación local (variaciones de las variables), al determinar que la variación no es constante y, por tanto, si bien la temperatura disminuye, su comportamiento no puede presentarse con una línea recta en la gráfica.

Tabla 3. Transcripción de episodio de la clase 1 del tema de funciones donde se realiza el análisis variacional de gráficas.

Orden	Participante	Transcripción
1	Profesor	Todos están de acuerdo que la temperatura disminuye [...] ¿a qué velocidad lo hace?
2	Estudiante 1	Cada minuto disminuía un grado.
3	Profesor	¡A ver, escríbelo! Tú lo dijiste.
4	Estudiante 1	Como la temperatura después... [duda y reformula su idea al observar la tabla que elaboró] de 6 minutos a 12, bajó 4°, y de 12 a 18, bajó solo un grado.
5	Profesor	Entonces en un momento disminuía ¿qué?... más rápido, en otro ya no tan rápido y de repente fue un poco, ¿más?... lento. Si tuvieras que expresar este comportamiento ¿en cuál de las gráficas está?
6	Estudiante 1	En la "de la realidad" [ver figura 1]. Porque aquí vamos viendo cómo va bajando poco a poco y aquí no... ¡No! En esta, en la "de la idea" [ver figura 1], porque aquí va bajando poco a poco y ya de aquí se paró porque ya no pudimos seguir midiendo más. Va bajando un poco y después es más rápido.
7	Profesor	Yo les pregunto si esto es cierto. Dice: "Cada minuto disminuye un grado centígrado. Después, de 9 minutos a 12 es 4°. Y después, de 12 minutos a 18 minutos un grado". Aquí esto me está indicando que esto es, ¿constante o que es variable?
8	Estudiantes	Variable.
9	Profesor	Variable. Entonces, aquí esto es ¿variable? [señala la gráfica "de la idea", ver figura 1].
10	Estudiantes	No, ahí es constante.
11	Profesor	Y, ¿qué pasa acá abajo? [señala la gráfica "de la realidad", ver figura 1].
12	Estudiantes	Variable.

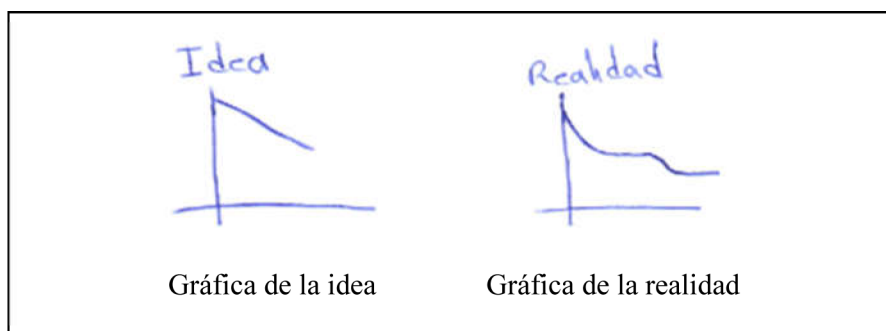


Figura 1. Gráficas realizadas para los estudiantes del equipo 1 para representar el fenómeno del descenso de la temperatura del agua caliente.

Fuente: Elaboración propia.

Luego de analizar si la gráfica debiese ser recta o curva, se examinó la estimación o anticipación que realizaron sobre cómo sería la gráfica si se continuara tomando la temperatura por una hora (tabla 4). Esta pregunta lleva a los estudiantes a estimar el comportamiento de la gráfica, y a tener que tomar en cuenta la variación presentada por la temperatura al paso del tiempo. Es decir, si la comprensión del fenómeno a partir de la variación local puede ayudarlos a determinar comportamientos globales futuros.

De nueva cuenta se observa cómo el estudiante comprende de forma general cómo varía la temperatura del agua, estableciendo que continuará disminuyendo, pero cada vez de forma más lenta. Sin embargo, la representación en el plano cartesiano no es completamente adecuada. Así, la comprensión de los estudiantes sobre la variación que tuvo la temperatura durante los 21 minutos que se tomaron datos (variación local) se refleja en la estimación de cómo será su comportamiento posterior (variación global).

Tabla 4. Transcripción de la continuación de episodio de la clase 1 del tema de funciones donde se realiza el análisis variacional de gráficas.

Orden	Participante	Transcripción
1	Profesor	En la percepción de la mayoría de ustedes el comportamiento iba ser así [señala la gráfica "de la idea"], ¿cierto o no? Algunos creyeron que la temperatura iba a bajar de acuerdo con este ritmo. Algunos creyeron que se iba a mantener, ¿qué?... estable. Sin embargo, a mí lo que me llama la atención es esta parte. ¿Por qué esas interrupciones? [señala la gráfica "de la realidad" y en particular marcado con un círculo en la figura 2].
2	Estudiante 1	Porque el último grado que nos arrojó fue de 34° [...] el agua todavía está un poco caliente y en un cierto tiempo, de una hora, se hubiera enfriado. [Al llegar a la temperatura] del ambiente ya no se hubiera enfriado ni subido. Aquí se hubiera mantenido... en 26° o 25° . No puede ser menos [...] depende del tipo del ambiente en donde estemos.

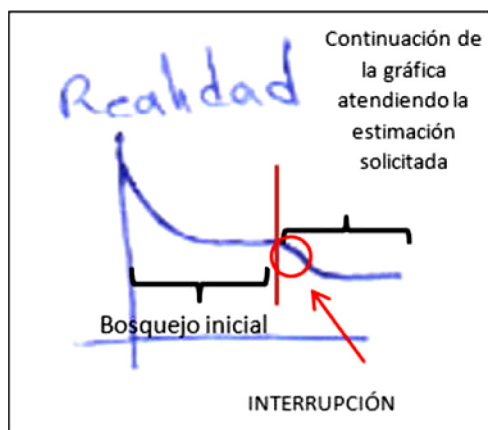


Figura 2. Partes de la gráfica obtenida de la experimentación realizada sobre el descenso de la temperatura y la solicitud de estimar el comportamiento por una hora.
 Fuente: Elaboración propia.

Más allá de analizar si la situación del descenso de la temperatura se realizó de forma adecuada por los estudiantes, este episodio permite observar cómo ellos pueden llevar a cabo tareas de predicción bajo un análisis del comportamiento del cambio. Pero, sobre todo, permite evidenciar cómo la epistemología del profesor sobre la construcción del contenido es puesta en práctica. En este sentido, el uso del conocimiento en situaciones cotidianas o prácticas constituye un aspecto central para el profesor. También permite evidenciar cómo los factores contextuales y su cuestionamiento continuo sobre la matemática lo han llevado a identificar aquello

esencial o fundamental para ser aprendido por los estudiantes. En otras palabras, se identifica un proceso de problematización de la matemática escolar.

Por último, resulta interesante señalar cómo el mismo profesor es consciente de su “rompimiento” con el discurso dominante (tabla 5). Este refleja un proceso de cambio en la relación que tiene con el conocimiento matemático escolar, pues no se limita a reproducir el discurso escolar, sino que opta por aquellos procesos de significación que sean pertinentes y generen conocimientos funcionales para los estudiantes; esto motivado por factores contextuales y las características de estos. No obstante, la situación que se plantea en la tabla 5 constituye un desafío para el cual es necesario que la investigación genere respuestas o proponga mecanismos que ayuden a los profesores a reducir dichos conflictos.

Tabla 5. Extracto de transcripción de entrevista del bloque de derivadas.

Orden	Participante	Transcripción
1	Profesor	[...] Luego digo: “Bueno, yo ahorita estoy con este enfoque o con estas ideas. Y, ¿qué pasa cuando pasen al siguiente semestre y ya no les toque conmigo? ¿Qué va a pasar?”. Luego digo: “¿Sí los estoy preparando?”. Pero yo creo que la idea es prepararlos en la parte fundamental, sin tantas cosas de álgebra. Y sí veo que es una ventaja.

CONCLUSIONES

Problematizar la matemática escolar se presenta como una competencia que le permite al profesor establecer formas para construir el conocimiento matemático que puedan ajustarse a las características y necesidades de los estudiantes. Así, se parte de cuestionar lo que debe ser enseñado y no solo cómo debe ser enseñado. Si bien en este caso esta problematización se desarrolló por los factores contextuales, demuestra su importancia para desarrollar la competencia docente. Los procesos de enseñanza y aprendizaje no deben partir de la exigencia de que los estudiantes se ajusten a los requerimientos del discurso matemático escolar establecido, sino que deben partir de rediseñar dicho discurso para potenciar la construcción de saberes matemáticos por parte de los estudiantes.

Lo discutido hasta aquí no significa que problematizar la matemática escolar impida el estudio de los “aspectos formales y analíticos” del cálculo, esto de acuerdo con el nivel educativo, sino más bien que estos no pueden anteponerse por sobre las necesidades de los estudiantes. Para el profesor esto es un aspecto muy presente en su práctica y lo motivó a transformar los procesos de enseñanza, pues él concibe que si continúa centrándose en aspectos algorítmicos no dominados por los estudiantes solo logrará que reprobren e incluso dejen la escuela, por lo tanto, debe buscar formas alternativas para que aprendan lo fundamental. Esta idea puede ser analizada y reflexionada desde diferentes perspectivas, pero deja ver que es necesario rediseñar el discurso matemático escolar en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.

REFERENCIAS

- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (pp. 97-140). México: Una Empresa Docente/Grupo Editorial Iberoamérica.
- Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en profesores de bachillerato* [Tesis de maestría]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- Caballero-Pérez, M., y Moreno-Durazo, G. (2017). Diseño de una situación de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 30, 1066-1074. Recuperado de <https://clame.org.mx/documentos/alme30.pdf>.
- Cabrera, L. (2014). *El estudio de la variación en la práctica del profesor de Cálculo. Un estudio de caso* [Tesis doctoral]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- Cantoral, R. (2016). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudio sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Cantoral, R. (2019). *Caminos del saber. Pensamiento y lenguaje variacional*. España: Gedisa.
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: Characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 39-61.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63-83.
- Llinares, S. (2016). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11(15), 55-67. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/23944>.
- Montiel, G. (2009). Hacia el rediseño del discurso: formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-I), 69-84.
- Ponte, J. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, 19(25), 1-23.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en matemáticas*. México: Gedisa.
- Reyes-Gasperini, D., y Cantoral, R. (2016). Empoderamiento docente: la práctica docente más allá de la didáctica... ¿qué papel juega el saber en una transformación educativa? *Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación*, 11(2), 155-176. Recuperado de <https://revistacseducacion.unr.edu.ar/index.php/educacion/article/view/265>.
- Sánchez-Matamoros, G., García, M., y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 267-296.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., y Llinares, S. (2015). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 1305-1329. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9544-y>.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. España: Morata.

- Thompson, P. W., y Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. En J. Cai (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421-456). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Zambrano, R., Escudero, D., y Flores, E. (2019). Una introducción al concepto de derivada en estudiantes de bachillerato a través del análisis de situaciones de variación. *Educación Matemática*, 31(1), 258-280. DOI: 10.24844/EM310.

Cómo citar este artículo:

Cabrera Chim, L. M., Cantoral Uriza, R. A., y Moreno Martínez, N. (2020). La problematización de la matemática escolar como rasgo de la competencia docente del profesor de cálculo. *Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 5(1), pp. 139-151. doi: doi.org/10.33010/recie.v5i1.1036.



Todos los contenidos de RECIE. *Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa* se publican bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional, y pueden ser usados gratuitamente para fines no comerciales, dando los créditos a los autores y a la revista, como lo establece la licencia.
