

Modelación matemática en ingeniería

Mathematical modeling in engineering

PLAZA GÁLVEZ Luis Fernando

RECIBIDO: FEBRERO 3 DE 2017 | APROBADO: MARZO 7 DE 2017

Resumen

En este texto se revisa la bibliografía cuyo tema es la aplicación de la modelación matemática (MM) en la enseñanza, específicamente en algunas asignaturas de la carrera de ingeniería. A lo largo de la exposición se reflexiona sobre los resultados que diversas investigaciones han obtenido sobre el tema, rescatando aquellas propuestas que han replanteado la concepción de la enseñanza de la matemática y las estrategias en las que se debería explorar para lograr, entre los alumnos, una formación profesional integral, reflexiva y capaz de resolver problemas en el ejercicio de la ingeniería. Para reunir la información bibliográfica sobre dicho tema se rastreó sistemática y extensamente con el motor de búsqueda Google. Se consideraron los aportes de algunos destacados investigadores en el campo de la matemática educativa, cuyos resultados de investigación han sido publicados y difundidos en artículos de revistas especializadas, memorias de congresos científicos, libros y otros productos de difusión. Aquí se retoman los resultados más importantes. Luego de esta revisión se concluye que la modelación matemática es un valioso instrumento que debe ser utilizado tanto en proyectos de investigación como en la enseñanza de la matemática en los programas de ingeniería.

Palabras clave: DIDÁCTICA, INGENIERÍA, INVESTIGACIÓN, MODELACIÓN MATEMÁTICA.

Luis Fernando Plaza Gálvez es docente de tiempo completo en la Unidad Central del Valle del Cauca, Facultad de Ingeniería, Tuluá, Valle del Cauca, Colombia. Tiene formación como ingeniero electricista y maestro en enseñanza de las matemáticas. Entre sus últimas publicaciones se encuentran *Necesidad de conceptos para investigar en matemática financiera* (2015) y *Obstáculos presentados en modelación matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros* (2016). Correo electrónico: lplaza@uceva.edu.co.

El principal propósito de la presente investigación es reunir la información actualizada sobre el uso de la MM en los programas de estudio de ingeniería, visualizándola como instrumento de investigación y estrategia didáctica. Se hace necesario recuperar esta información con la finalidad de tener en una sola base de datos los avances logrados en estos campos de aplicación de la MM y, además, transmitir la información eficazmente a los lectores interesados y a los especialistas en el tema.

Asimismo, en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, resulta indispensable explorar procedimientos y metodologías que enriquezcan la docencia y el aprendizaje. Según lo evidenciado en las investigaciones revisadas, la MM ha demostrado funcionar eficazmente como estrategia de aprendizaje e instrumento para acceder a nuevos saberes. No se deja de plantear, empero, las condiciones que se requieren para aplicar la MM en las diversas asignaturas, ni los obstáculos que a veces deben vencerse para llevarla a las aulas como dispositivo didáctico.

METODOLOGÍA

El método de investigación aplicado fue la revisión sistemática de literatura sobre el tema que no ha sido muy usada para estudios en ingeniería. Este trabajo de exploración y reconocimiento documental abarcó, asimismo, la obra de grandes pensadores de la educación matemática, quienes han hecho de la MM una forma de acercar al estudiante con la práctica profesional en las distintas ramas de la ingeniería, partiendo de las experiencias de aula. Especialmente, se ha hecho el seguimiento de las tareas planteadas en el curso de Ecuaciones Diferenciales, pues representan un nuevo estilo de enseñanza impulsado y llevado a la práctica en países como Cuba, México, Colombia y los Estados Unidos. Sobre este aspecto, también cabe ponderar la actitud receptiva y favorable de los estudiantes matriculados en los diversos cursos del área de ciencias básicas.

En el acopio de la documentación requerida se utilizó el motor de búsqueda Google, con el cual fue posible registrar publicaciones seriadas, memorias de congresos científicos y resultados de investigación. La revisión y análisis del acervo documental obtenido se interpretó cualitativamente.

LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN INGENIERÍA

Por varias razones, que tocan desde los intereses de formación profesional hasta los principios epistemológicos que sustentan las asignaturas de la carrera de ingeniería, resulta importante conocer la participación de la matemática en el ejercicio de la ingeniería. Para ello es necesario saber qué tipo de conceptos, herramientas, saberes y objetos matemáticos debe cono-

Por su parte, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA, por sus siglas en inglés) considera la competencia matemática como la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones. Esta idea perfila las habilidades que deben desarrollar los alumnos para identificar, entender y participar en la ciencia matemática y hacer juicios bien fundamentados sobre la presencia y necesidad de esta en la vida de un individuo, su entorno y su futuro.

Buscando el despliegue de tales competencias, el docente de matemáticas en programas de ingeniería debe promover determinadas habilidades entre sus alumnos; algunas de crucial importancia son las siguientes:

1. Pensamiento holístico, investigación crítica, análisis y reflexión.
2. Aprendizaje activo y aplicación práctica.
3. Autoconsciencia y empatía.
4. Comunicación y una fuerte capacidad de escucha.

Adicionalmente, cabe destacar que el pensamiento sistémico y crítico se consideran dos competencias transversales, importantes a desarrollar por un ingeniero, ciudadano del siglo XXI.

LAS MATEMÁTICAS EN LOS PROGRAMAS DE LA CARRERA DE INGENIERÍA

Camarena (2009) planteó las evidencias y resultados de una experiencia de aula en la cual se aplicó la modelación matemática para enseñar ciencias básicas en educación superior, específicamente en ingeniería; además, expuso algunos factores importantes de dicho proceso, como aquellos que implican las características cognitivas, psicológicas y afectivas de los estudiantes; los conocimientos y conceptos de los profesores; la epistemología del contenido a aprender y a enseñar. Todo esto le permitió trazar cinco fases, las cuales interactúan:

1. Fase curricular, que a su vez contiene:
 - Etapa central: análisis del contenido matemático en los cursos de ingeniería.
 - Etapa precedente: nivel de competencias matemáticas que tienen los estudiantes al iniciar la carrera de ingeniería.
 - Etapa consecuente: competencias matemáticas en el desarrollo profesional.
2. Fase didáctica. Proceso metodológico para el desarrollo de competencias profesionales en la transferencia de conocimientos.
3. Fase epistemológica. Los contextos de otras ciencias dan sentido y significado a las matemáticas.
4. Fase de formación docente. Se debe procurar una enseñanza de las asignaturas de matemáticas vinculada fuertemente con el desarrollo de la ingeniería (aplicaciones).

de acciones: actividades iniciales (elección del evento real), identificación de los conocimientos previos sobre matemáticas en contexto, diseño de una actividad de aprendizaje donde esté aplicada dicha matemática. Los resultados recomiendan que con la puesta en práctica de esta metodología, los alumnos pasen a ser protagonistas de su propia formación académica y el docente se convierta en un facilitador, cuyo papel principal sea diseñar las situaciones de aprendizaje y conducir la ejecución de las mismas.

En el caso de Colombia, se han desarrollado estudios, como los de la Universidad de Cundinamarca (Bravo, Castañeda, Hernández y Hernández, 2016). Sus autores plantean que la matemática contextualizada representa una ilustración atractiva para los estudiantes que les permite repensar su entorno, el acervo de conocimientos adquirido y su futuro ejercicio profesional. El desarrollo didáctico de la matemática en contexto se enmarca en la estrategia denominada REMSI (realidad, modelación y simulación), a partir de la cual el estudiante se enfrenta a una situación-problema, la cual deberá resolver mediante un modelo matemático que luego tendrá la capacidad de aplicar como modelo de solución.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA

Las prácticas matemáticas en el aula constituyen las diferentes formas en las que el alumno es llevado a razonar y a reconstruir, con base en ese razonamiento, el tema o problema del cual se trate. Mediante ese análisis se pretende generar cambios en el entorno educativo, con tareas, discursos, normas y herramientas. En otras palabras, es la forma como se aborda la enseñanza de la matemática en el aula. Actualmente se explora en nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; una de estas es la MM (Stephan y Rasmussen, 2002).

Los objetos matemáticos vistos –ecuaciones diferenciales (ED), en mi experiencia– son la principal herramienta para modelar diversos fenómenos en distintos contextos. Hoy, la enseñanza de las ecuaciones diferenciales está centrada en métodos analíticos en vez de los métodos cualitativos y numéricos. Estudios recientes han venido exponiendo una aproximación teórica reformulada para aplicar los modelos matemáticos en el aula; esta teorización sostiene la necesidad de incluir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas elementos que se han vuelto imprescindibles en el entorno actual: la tecnología, el trabajo colaborativo y el desarrollo de competencias de modelado según los niveles cognoscitivos específicos de los estudiantes (Rodríguez, 2013).

Asimismo, en trabajos de Plaza (2015) se plantea una nueva forma de enseñar matemáticas en programas de ingeniería aplicando algunas estrategias didácticas, como actividades de campo o laboratorio, las cuales han demostrado su eficacia para que los estudiantes obtengan una mayor comprensión de los diferentes fenómenos y procesos objetos de modelación matemática; dichas estrategias han

de profesionalización en ingeniería, campo en el que funciona como un eficaz instrumento para el aprendizaje.

Asimismo, es necesario que en la formación del ingeniero se incluyan actividades conectadas con la vida real, de tal manera que como alumno se motive al acercarse a situaciones y problemas de la realidad durante su periplo formativo, y así logre desplegar al máximo sus capacidades. En función de esto, la MM se perfila como un potente instrumento para el estudiante, con cuya utilización este logra construir una representación, estructurada y matematizada, de la realidad, y obtener así un verdadero sentido en su proceso de formación.

Romo, Romo y Vélez (2012) sugieren que para poder adaptar los diseños curriculares de los programas de ingeniería a las necesidades de la realidad es importante crear algunas estrategias didácticas que incorporen la modelación matemática, la construcción y el reacondicionamiento de modelos ya existentes como el eje central. También en Gómez (2008) se destaca la implantación de las técnicas de MM en el diseño de estructuras curriculares para programas de ingeniería, con el fin de dar centralidad al aprendizaje de los alumnos, convirtiendo a estos en actores de su propia formación. Por su parte, Romo (2014) pondera elementos teórico-metodológicos en el diseño de actividades didácticas que propone para los cursos de matemáticas en la carrera de ingeniería; plantea objetivos por competencias o por contenidos, de tal modo que, mediante tareas, el alumno pueda modelar situaciones de la vida cotidiana.

ETAPAS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN INGENIERÍA

La MM se lleva a cabo cumpliendo los siguientes pasos, propuestos por Brito, Alemán, Fraga, Para y Arias (2011):

- a) Identificación del problema o proceso a resolver, junto con los objetivos, que deben ser claros y concisos, con miras a obtener un resultado.
- b) Conocimiento de los aspectos cognitivos que rigen el problema, por medio de leyes, teorías y conceptos inmersos en la situación objeto de trabajo.
- c) Formulación de la situación-problema en términos matemáticos (matematización), mediante ecuaciones y/o relaciones matemáticas, identificando para ello las variables, parámetros y los supuestos a que haya lugar.
- d) Solución del problema y/o proceso matemático obtenido. Para ello se hará uso de herramientas tales como tablas, gráficas, ecuaciones diferenciales, estadística, investigación de operaciones.
- e) Comparación del modelo con la situación real. En función de esto, es necesario analizar los resultados obtenidos, verificando si las respuestas alcanzadas son correctas, adecuadas o no, y además si se generan soluciones extrañas.

- CAMARENA, P. (2012). La modelación matemática en la formación del ingeniero. *Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia*, 5(3), 1-10. Recuperado de <https://periodicos.utfr.edu.br/rbect/article/view/1386/902>
- CAMARENA, P., TREJO, E. y TREJO, N. (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: la matemática en contexto como una propuesta metodológica. *Revista de Docencia Universitaria*, 11 (especial). Recuperado de <http://www.polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/5562/5552>
- GÓMEZ, J. (2008, junio). La ingeniería como escenario y los modelos matemáticos como actores. *Modelling in Science Education and Learning*, 1(1), 3-9. Recuperado de <http://polipapers.upv.es/index.php/MSEL/article/view/3128>.
- NEJAD, S. y BAHMAEI, F. (2012). Mathematical modelling in university, advantages and challenges. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1(7), 34-49. Recuperado de <http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/3190>
- OBANDO, J., SÁNCHEZ, J., MUÑOZ, L. y VILLA, J. (2013, septiembre). *El reconocimiento de variables en el contexto cafetero y su contribución como modelos matemáticos*. Ponencia presentada en el 13o. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa en Bogotá, Colombia. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/2123/1/2.pdf>
- PLAZA, L. (2015). *Modelamiento matemático aplicado en ingeniería*. Tuluá, Colombia: Editorial UCEVA.
- RENDÓN, P. y ESTEBAN, P. (2013, noviembre). *La modelación matemática en ingeniería de diseño*. Ponencia presentada en el I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe en Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/2357/1/rendonestenban387-483-1-DR1.pdf>
- RODRÍGUEZ, R. (2013, junio). *Innovation in the teaching of mathematics for Engineering through modeling and technology: a Mexican experience*. Ponencia presentada en el ASEE International Forum (American Society for Engineering Education) en Atlanta, Estados Unidos.
- RODRÍGUEZ, R. y BOURGUET, R. (2015, junio). *Identifying modeling practices through differential equations and simulation*. Ponencia presentada en la 122nd SEE Annual Conference-Exposition "Building bridges between mathematics and engineering" en Seattle, Estados Unidos. Recuperado de <https://www.asee.org/public/conferences/56/papers/13153/view>
- RODRÍGUEZ, R. y QUIROZ, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 99-124. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5495365>
- ROMO, A., OKTAÇ, A. (2007). Herramienta metodológica para el análisis de los conceptos matemáticos en el ejercicio de la ingeniería. *Relime*, 10(1), 117-143. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n1/v10n1a6.pdf>
- ROMO, A., ROMO, R. y VÉLEZ, H. (2012). De la ingeniería biomédica al aula de matemáticas. *Revista Electrónica de Computación, Informática, Biomédica y Electrónica*, 1(1). Recuperado de <http://recibe.cucei.udg.mx/revista/es/vol1-no1/pdf/biomedica01.pdf>
- ROMO, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Revista Educación Matemática*, 25(e), 314-338. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40540854016.pdf>
- SIERPINSKA, A., NNADOZIE, A. y OKTAÇ, A. (2002). *A study of relationships between theoretical thinking and high achievement in linear algebra*. (Reporte de investigación, Universidad de Concordia, Canadá). Recuperado de <http://alcor.concordia.ca/sierp/downloadpapers.html>
- STEPHAN, M. y RASMUSSEN, C. (2002). Classroom mathematical practices in differential equations. *Journal of Mathematical Behavior*, (21), 459-490.
- VÁSQUEZ, R., ROMO, A. y TRIGUEROS, M. (2015, mayo). *Un contexto de modelación para la enseñanza de matemáticas en las ingenierías*. Ponencia presentada en la XIV CIAEM Conferencia Interamericana de Educación Matemática en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.