revista de investigación educativa de la Rediech

• Volumen 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550 •

Complejidad lingüística y semántica en el planteamiento de problemas por estudiantes, profesores en formación y profesores en servicio de bachillerato

Linguistic and semantic complexity in problem posing by students, pre-service and service teachers in high school

Yuridia Arellano García
Lucero Hernández Cruz
Antonia Hernández Moreno

Resumen

En esta investigación presentamos un análisis sobre la complejidad lingüística y matemática a propósito del planteamiento de problemas matemáticos de 34 participantes (10 estudiantes de bachillerato, 15 profesores de matemáticas de bachillerato en formación y 9 profesores de matemáticas de bachillerato en servicio), al enfrentar una tarea de invención de problema aritmético tipo historia. Se analizó su complejidad lingüística-sintáctica mediante el uso de proposiciones de asignación, relacionales y condicionales, así como su complejidad matemática mediante sus relaciones estructurales semánticas subyacentes. Encontramos que la invención de problemas con una complejidad semántica y sintáctica alta es escasa, principalmente en los profesores en servicio, quienes presentan un esquema de problemas más organizados, en contraste con profesores en formación, quienes proponen un mayor número de problemas con un elevado nivel de complejidad, pero presentando una serie de problemas poco organizados. En el caso de los estudiantes, hasta 75% de sus propuestas son de la menor complejidad, tanto sintáctica como semántica. Se destaca la similitud entre los tipos de problemas propuestos por los tres grupos estudiados. Asimismo, discutimos acerca de las ventajas de proponer actividades de invención de problemas en el aula de nivel medio superior y superior, principalmente en la formación de profesores.

Palabras clave: planteamiento de problemas, complejidad de problemas matemáticos.

Abstract

In this research we present an analysis about the linguistic and mathematical complexity of problem posing by 34 participants (10 high school students, 15 high school math pre-service teachers and 9 high school math service teachers) when facing a task of invention of a history-type arithmetic problem. Its syntactic linguistic complexity was analyzed using assignment, relational and conditional propositions, and its mathematical complexity through its underlying semantic structural relationships. We found that the invention of problems with high semantic and syntactic complexity is scarce, mainly in service teachers, who present a more organized scheme of problems, in contrast to pre-service teachers who propose a greater number of problems with a higher level of complexity but presenting a series of poorly organized problems. In the case of students, up to 75% of their proposals are of the least complexity, both syntactic and semantic. The similarity between the types of problems proposed by the three groups studied is highlighted. We also discussed about the advantages of proposing activities for the invention of problems in the upper-middle and upper-level classroom, mainly in teachers training.

Keywords: problem posing, complexity of mathematical problems.

Recibido: marzo 5 de 2021 | *Aprobado:* diciembre 17 de 2021 | *Publicado:*diciembre 20 de 2021
DOI: https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1201

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

Introducción

En las clases de matemáticas, en todos los niveles de escolaridad en todos los países del mundo, se puede observar a los estudiantes resolviendo problemas. La calidad y autenticidad de estos problemas matemáticos ha sido objeto de muchas discusiones y debates en los últimos años. Gran parte de este enfoque ha resultado en una colección rica y con mayor diversidad de problemas incorporados a los planes de estudio de matemáticas escolares. Aunque los problemas en sí mismos han recibido mucho escrutinio, se ha prestado menor atención acerca de la diversificación de las fuentes de los problemas. Así, a los estudiantes casi siempre se les limita a que resuelvan los problemas propuestos por un maestro o un libro de texto (Silver, 1994); en contraste, rara vez tienen la oportunidad de concebir de alguna manera pública sus propios problemas matemáticos.

La investigación en educación matemática considera que trabajar con problemas es imprescindible para que el individuo construya significativamente su conocimiento, sin embargo, más allá de obtener la solución correcta de dichos problemas, un ámbito importante en la educación matemática de los estudiantes y profesores es la invención en sí misma de estos. Se advierte que cuando un sujeto inventa o crea un problema, está alcanzando un mayor nivel de razonamiento que hace posible la construcción del conocimiento matemático (Clements, 1999). "Hace más de 50 años, Einstein e Insfield (1938) escribieron que la invención de un problema es a menudo más esencial que su solución, que puede ser simplemente una cuestión de destreza matemática o experimental" (Clements, 1999, p. 34).

La invención de problemas matemáticos consiste en identificar, crear y redactar un problema en forma colectiva o individual, a partir de una situación inicial identificada

Yuridia Arellano García. Profesora-investigadora de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es doctora en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa por la Universidad Autónoma de Guerrero. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Cuenta con publicaciones recientes en revistas como *International Journal of Science and Mathematics Education*, *Educación Matemática*, *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*, bajo las líneas de investigación: dominio afectivo (emociones, creencias) e invención de problemas. Correo electrónico: yarellanog@uagro.mx. ID: https://orcid.org/0000-0002-7841-1470.

Lucero Hernández Cruz. Egresada de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. Participó en el programa de Verano de Investigación Científica 2019 de la Academia Mexicana de Ciencias en la Universidad Autónoma de Guerrero. Correo electrónico: lhernandez37@ucol.mx. ID: https://orcid.org/0000-0001-6561-250.

Antonia Hernández Moreno. Doctorante e investigadora de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es maestra en Matemática Educativa y licenciada en Matemáticas en el área de Estadística por la misma universidad. Entre sus publicaciones recientes se encuentra "Which situations trigger emotions of secondary school Mathematics teachers?" y "Creencias matemáticas profesadas e implícitas de profesores universitarios de matemáticas" (coautora). Dentro de sus intereses de investigación están los relacionados con el dominio afectivo en matemática educativa, el planteamiento de problemas matemáticos y la argumentación. Correo electrónico: Antonia.inves@gmail.com. ID: https://orcid.org/0000-0001-9897-7626.

o creada por el individuo que lo formula (Ayllón y Gómez, 2014). Algunos estudios ponen de manifiesto que la invención de problemas tiene una incidencia positiva en el desarrollo de la creatividad de quien los inventa; asimismo, concluyen que existe una relación positiva entre la habilidad para proponer problemas, el grado de creatividad y el talento matemático. También se ha observado que este tipo de actividades abre la posibilidad a desarrollar un mayor nivel de compromiso, curiosidad y entusiasmo durante la clase, así como una mayor responsabilidad de parte del estudiante en la construcción de su conocimiento (Rodríguez, García y Lozano, 2015).

Desde el punto de vista de la enseñanza, la invención de problemas puede cualificarse como una parte fundamental del trabajo docente desde dos perspectivas; la primera es la invención de problemas para los estudiantes, mientras que la segunda se relaciona con el desarrollo de la competencia de los alumnos para inventar problemas (Crespo, 2003; Olson y Knott, 2013). Habría que agregar también que la invención de problemas es una técnica efectiva en la mejora de las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas, reduciendo su ansiedad y motivando incluso a aquellos estudiantes que tienen poco conocimiento sobre esta asignatura (Akay y Boz, 2010). El conocimiento de los maestros sobre el pensamiento de los estudiantes tiene un impacto sustancial en la instrucción de su clase; en consecuencia, en el aprendizaje de los estudiantes.

Aunque el interés actual a propósito de inventar problemas matemáticos puede verse como una nueva faceta de un interés de larga data en la resolución de problemas matemáticos, se conoce mucho menos acerca de los siguientes aspectos: procesos cognitivos involucrados cuando los solucionadores generan sus propios problemas; estrategias de instrucción que pueden promover efectivamente la presentación productiva de problemas; niveles de complejidad de los problemas que tanto estudiantes como profesores inventan, así como de las intervenciones que permitan a estudiantes y profesores inventar problemas de complejidad aceptable.

Aunado a lo anterior, pensamos que es importante conocer el nivel de complejidad de los problemas que inventan tanto profesores en formación y en servicio como estudiantes ante un tipo de actividad de invención de problemas. Para la cuestión utilizaremos la actividad de invención de problema aritmético tipo historia propuesta por Silver y Cai (1996), la cual ha sido utilizada en otros estudios con profesores en formación y en servicio, así como en estudiantes de nivel secundaria, además de presentar un buen nivel de complejidad para ser propuesto con profesores y estudiantes de nivel medio superior. Así, el objetivo principal del estudio que se informa aquí fue utilizar un esquema analítico para examinar el nivel de complejidad de los problemas que plantean los estudiantes, profesores en formación y profesores en servicio de bachillerato. En lo particular, el esquema utilizado emplea un análisis semántico, que a su vez proporciona las bases para un examen de la naturaleza y la complejidad de los problemas planteados por los participantes.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

Pregunta de investigación

¿Cuáles son los niveles de complejidad de los problemas matemáticos propuestos ante una actividad de invención de problemas, en estudiantes, profesores en formación y profesores en servicio de bachillerato?

La invención de problemas matemáticos en estudiantes y profesores (en servicio y en formación)

Para Cai y Hwang (2019), el planteamiento de problemas matemáticos (MPP, por su sigla en inglés) en la educación de la materia, se refiere a varios tipos de actividades relacionadas que implican o apoyan a maestros y estudiantes, que a su vez formulan o reformulan y expresan un problema o tarea en función de un contexto particular (al que nos referimos como el contexto del problema o situación problemática). Para los estudiantes, define MPP como las siguientes actividades intelectuales específicas: (a) los estudiantes plantean problemas matemáticos basados en situaciones problemáticas dadas que pueden incluir expresiones o diagramas matemáticos, y (b) los estudiantes plantean problemas al cambiar, es decir, reformulando, problemas existentes. Para los maestros, define MPP como las siguientes actividades intelectuales específicas: (a) los maestros mismos plantean problemas matemáticos basados en situaciones problemáticas dadas que pueden incluir expresiones o diagramas matemáticos; (b) los maestros predicen los tipos de problemas que los estudiantes pueden plantear en situaciones problemáticas dadas; (c) los maestros plantean problemas cambiando los problemas existentes; (d) los maestros generan situaciones de planteamiento de problemas matemáticos para que los estudiantes planteen problemas, y (e) los maestros plantean problemas matemáticos para que los estudiantes resuelvan.

Ellerton (1986) encontró que las producciones de los alumnos muestran no solo su comprensión y nivel de desarrollo de conceptos, sino también su percepción sobre la naturaleza de las matemáticas y su actitud hacia esta disciplina. Asimismo, estas producciones permiten al profesor observar patrones en el aprendizaje y en el pensamiento matemático de los estudiantes; ante esto, algunos investigadores y educadores se han interesado en estudiar la invención de problemas y emplearla como una herramienta para evaluar el aprendizaje de conocimientos matemáticos de los estudiantes (Silver y Cai, 2005).

En cuanto a la complejidad, la investigación revela que los estudiantes de diferentes edades tienden a construir problemas familiares de un solo paso, es decir, problemas que invitan a una respuesta rápida y precisa, así como reformulan los problemas existentes en formas que reducen en lugar de profundizar en las matemáticas involucradas o requeridas por el problema (Crespo, 2003; Crespo y Sinclair 2008; Gonzales, 1994; Silver y Cai, 1996). Por su parte, Silver y Cai (1996) encontraron que en la invención de problemas con condiciones estructuradas, los profesores de su estudio plantearon problemas significativamente más complejos que en condiciones de invención libre. En contraste, cuando se les pide que generen un problema matemático, tanto los profesores en servicio como profesores en formación generan problemas que son predecibles, poco exigentes, mal formulados e insolubles; incluso cuando los maestros tienen acceso a planes de estudio basados en estándares, ellos tienden a transformar problemas potencialmente ricos y valiosos en formas que reducen su demanda cognitiva (Crespo, 2003, 2008).

Crespo (2003), en una intervención con profesores en formación y en servicio, encontró que, de manera previa, los profesores consideraban, al inventar un problema, que este fuese fácil de resolver y que resultara familiar para el estudiante, así como que suelen proponer problemas sin un ejercicio reflexivo previo; esto último implica una tendencia a elegir problemas sin explorar o comprender completamente su potencial matemático y pedagógico. Finalmente, Crespo concluye que el tipo de problemas propuestos por estos profesores es semejante a las propuestas de estudiantes de secundaria reportadas en Silver y Cai (1996); esto sucede especialmente en el caso de los maestros en formación, pues la distinción entre la presentación problemática de los estudiantes y la presentación problemática de los maestros a menudo es confusa. Por otro lado, cuando se solicita a los maestros que piensen y planteen los problemas que esperan de sus alumnos ante una situación dada, las predicciones de los maestros sirven para proporcionar una ventana a la capacidad de ellos mismos para comprender el pensamiento matemático de los estudiantes a través de la invención de problemas (Cai y Hwang, 2019; Xu, Cai, Liu y Hwang, 2020).

Marco teórico

Tipos de situaciones para formular problemas

La invención de problemas es la actividad de estudio que consiste en identificar, crear, narrar y redactar un problema matemático, en forma colectiva o individual, a partir de una situación inicial identificada o creada por la o las personas que la realizan (Rodríguez, García y Lozano, 2015). Se identifican tres formas a propósito de las cuales se podrían formular problemas:

1) Situación libre: en la cual el participante no tiene restricciones para la invención.
2) Situación semiestructurada: en la cual se les propone a los participantes que planteen enunciados con base en alguna experiencia, o en contextos expresados mediante ilustraciones o de forma textual.
3) Situaciones estructuradas: son aquellas en las que se reformulan los problemas dados o se cambia la condición del mismo.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

Tipos de complejidad del MPP

El objetivo de esta investigación se centra en la complejidad de los problemas planteados por los estudiantes y profesores en una actividad de invención de problemas, en una situación semiestructurada. La complejidad la estudiamos a través de dos tipos: complejidad lingüística-sintáctica y complejidad matemático-semántica.

La complejidad relacionada con respuestas lingüísticas o sintácticas se refiere al uso de proposiciones de asignación, relacionales o condicionales. Este tipo de análisis de complejidad es factible tanto para problemas matemáticos que tienen solución, como para los que no la tienen. Una proposición de asignación es aquella que se basa en la información ya proporcionada en la historia aritmética, respecto de la cual se plantearán las preguntas matemáticas; una proposición relacional es aquella que surge cuando se comparan dos cuestiones presentadas; por último, la proposición condicional se presenta cuando se cambia o varían los datos dados en la historia aritmética.

En la complejidad matemático-semántica, utilizamos las siguientes relaciones estructurales semánticas: replantear, comparar, agrupar, variar y cambiar. Este análisis de complejidad es factible solamente para problemas matemáticos resolubles; por el contrario, si un problema matemático puede responderse directamente a partir de la información proporcionada, se deduce que involucra cero relaciones semánticas.

Ahora bien, específicamente una relación de replanteamiento es aquella en que se pide determinar un valor que no es directamente proporcionado por la tarea; una relación comparativa, como su nombre lo indica, es aquella que implica la comparación de dos valores juntos; una relación de agrupación combina dos valores similares juntos; una relación de variación altera las condiciones de la tarea; una relación de cambio, modifica o agrega información que permite encontrar valores no considerados en la tarea (ver ejemplos en tabla 1).

En cuanto al nivel de complejidad, los problemas que involucran un mayor número de relaciones semánticas se consideran semánticamente más complejos que aquellos problemas que involucran menos relaciones. Así, una relación estructural semántica de cambio se considerará más compleja que las cuatro anteriores, mientras que una de variación lo será más que las tres anteriores; por consiguiente, la relación calificada como menos compleja es la de replanteamiento.

Metodología

Participantes y contexto

Se obtuvieron datos de 34 personas divididas en tres grupos: el primer grupo se integra de 10 estudiantes y está compuesto por cinco hombres y cinco mujeres, con una edad promedio de 17 años, que cursaban el tercer año del nivel medio superior en una institución rural en el estado de Guerrero, México. El segundo grupo se integra por 15 profesores de matemáticas en formación, cuya intención profesional es la docencia en nivel medio superior, y está conformado por seis hombres y nueve mujeres de entre 19 y 24 años, quienes cursaban el segundo (3), cuarto (5), sexto (6) y octavo semestre (1) de la licenciatura en Matemática Educativa en una universidad pública del estado de Guerrero. El último grupo se integró por 9 profesores en servicio, con edad promedio de 37 años y con un promedio de 8 años de servicio; todos eran hombres y laboraban en nivel medio superior, en distintos planteles del estado de Guerrero.

Todos los participantes acudieron voluntariamente a un taller de invención de problemas impartido gratuitamente por los autores del artículo. Cada grupo recibió, por separado, un taller.

Recolección de los datos

El instrumento para la recolección de los datos consistió en una actividad de invención de problemas que formaba parte de un taller. Como situación detonante, se utilizó una situación semiestructurada (figura 1), en la cual se propone a los participantes que planteen enunciados problemáticos con base en una historia aritmética dada.

El taller se impartió en diversos grupos y si bien sufrió adaptaciones en cada caso (estudiantes de bachillerato, profesores en formación y profesores en servicio), tuvo una duración de 12 horas distribuidas en 4 sesiones. Cada taller consistía en 7 actividades de invención de problemas de distintos tipos, 4 repetidas; reportamos una de ellas en este documento (figura 1). En cuanto a la estructura del taller, esta constaba de dos fases. En una primera fase, se hizo una introducción a la invención de problemas, así como se discutió acerca de las características que consideraban indispensables para la formulación de este. En una segunda fase, se les presentaron las actividades de invención de problemas; en particular, la actividad que aquí se reporta se presentó y se resolvió en un promedio de 30 minutos. Cada participante entregó su actividad con la mayor cantidad de preguntas que consideró.

Escribe todas las preguntas diferentes que consideres se pueden responder a partir de la siguiente información.

1. **Gerónimo, Elliot y Arturo se turnaron para conducir a casa después de un viaje. Arturo condujo 80 kilómetros más que Elliot. Elliot condujo el doble de kilometros que Gerónimo. Geronimo condujo 50 kilómetros.**

Figura 1. Tarea de *problem posing* tomada de Silver y Cai (1996).

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

La tarea se extrajo de Silver y Cai (1996), con adaptaciones al español. La intención de proponerla fue observar el tipo de problemas planteados por los estudiantes, profesores en formación y en servicio de bachillerato. Es importante tener en cuenta que el núcleo de la tarea, es decir, la información presentada a los participantes a partir de la cual debían problematizar, contenía dos proposiciones de asignación –"Gerónimo, Elliot y Arturo se turnaban para regresar a casa de un viaje" y "Gerónimo condujo 50 millas"– y dos proposiciones relacionales –"Arturo condujo 80 kilómetros más que Elliot" y "Elliot condujo el doble de kilómetros que Gerónimo"–. Por lo tanto, el núcleo de la tarea era complejo desde una perspectiva lingüística.

La actividad ha sido utilizada en estudios con profesores en formación y en servicio, así como con estudiantes de nivel secundaria, obteniendo resultados semejantes en cada grupo. En el contexto de esta investigación, se decidió reportar con profesores y estudiantes de nivel medio superior, ya que valoramos que tiene un buen nivel de complejidad. Así, tener información de los tres grupos (todos dirigidos a nivel medio superior) nos permitirá observar los niveles de los tipos de problemas propuestos en cada grupo en circunstancias semejantes.

Análisis de datos

El proceso de análisis de datos siguió las fases que se muestran en la figura 2.

Figura 2. Resumen de los pasos del análisis de los datos.
Fuente: elaboración propia.

En primer lugar, las preguntas planteadas tanto por estudiantes y profesores se categorizaron como preguntas matemáticas, preguntas no matemáticas o enunciados. Por lo tanto, fue posible considerar las preguntas generadas por estudiantes y profesores como problemas y analizarlas. Así, se consideraron como preguntas matemáticas cuando se toman junto a la información dada en el núcleo de la tarea y pueden resolverse mediante operaciones.

El siguiente paso consistió en clasificar los problemas matemáticos como solucionables o no solucionables. Así, se consideró que los problemas no podían resolverse si carecían de información suficiente o si presentaban un objetivo incompatible con la información dada: por ejemplo, a la figura 3 se le consideró como un problema que no se podía resolver, puesto que la información sobre las velocidades no se proporcionó en la tarea ni fue proporcionada por el participante.

Figura 3. Problema matemático no solucionable generado por un estudiante.

El último paso en el proceso de codificación consistió en examinar la complejidad de los problemas planteados. Un tipo de complejidad estaba relacionado con las estructuras lingüísticas o sintácticas integradas en los problemas tipo historia aritmética planteados. Como ejemplos de estas estructuras tenemos: una propuesta de asignación es la pregunta "¿Cuántos kilómetros condujo Elliot?". Una propuesta relacional es la declaración "Y si Gerónimo condujo 100 kilómetros, ¿cuántos condujo Arturo?". Una propuesta condicional es la pregunta "Si Gerónimo recorrió 50 kilómetros en 30 minutos, ¿cuánto tiempo tarda Arturo en recorrer sus kilómetros a la misma velocidad?". Por lo tanto, la presencia de proposiciones condicionales o relacionales puede tomarse como una indicación de la complejidad del problema (Silver y Cai, 1996).

Enseguida, todos los problemas matemáticamente solucionables se sometieron a un análisis de categoría semántica utilizando un esquema de clasificación de problemas aritméticos. Esta clasificación se llevó a cabo en función de sus relaciones estructurales semánticas subyacentes, utilizando las categorías: replantear, comparar, agrupar, variar y cambiar. Ejemplos de estas relaciones se presentan en la tabla 1.

Así, por ejemplo, la pregunta "¿Cuántos kilómetros condujo Elliot?" es una pregunta con una estructura lingüística de asignación y que expresa una relación estructural semántica de replanteamiento, considerándose poco compleja.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

Tabla 1. Descripción y ejemplos de las relaciones estructurales.

Relación	Descripción	Ejemplo
Ninguna	Preguntas cuya respuesta se da en la información declarada en la tarea	¿Cuántos kilómetros más que Elliot condujo Arturo?
Replantear	Determina un valor que no está declarado directamente en la tarea, pero la información necesaria para hacerlo está contenida en él	¿Cuántos kilómetros condujo Elliot?
Comparar	Compara dos valores juntos; la respuesta no está declarada en la tarea, pero la información necesaria está contenida en él	¿Cuántos kilómetros más que Gerónimo manejó Arturo?
Agrupar	Combina dos valores similares juntos; la respuesta no está declarada en la tarea, pero la información necesaria está contenida en él	¿Cuántas kilómetros recorrieron Gerónimo, Elliot y Arturo en total?
Variar	Altera las condiciones de la tarea	Si Gerónimo, Elliot y Arturo quisieran conducir la misma distancia, ¿cuántos kilómetros habría recorrido cada uno?
Cambiar	Modifica o agrega información que permite encontrar valores no considerados en la tarea	¿Cuántas veces tendrían que cargar gasolina si deben hacerlo cada 100 kilómetros?

Fuente: Silver y Cai, 2016 (traducción nuestra).

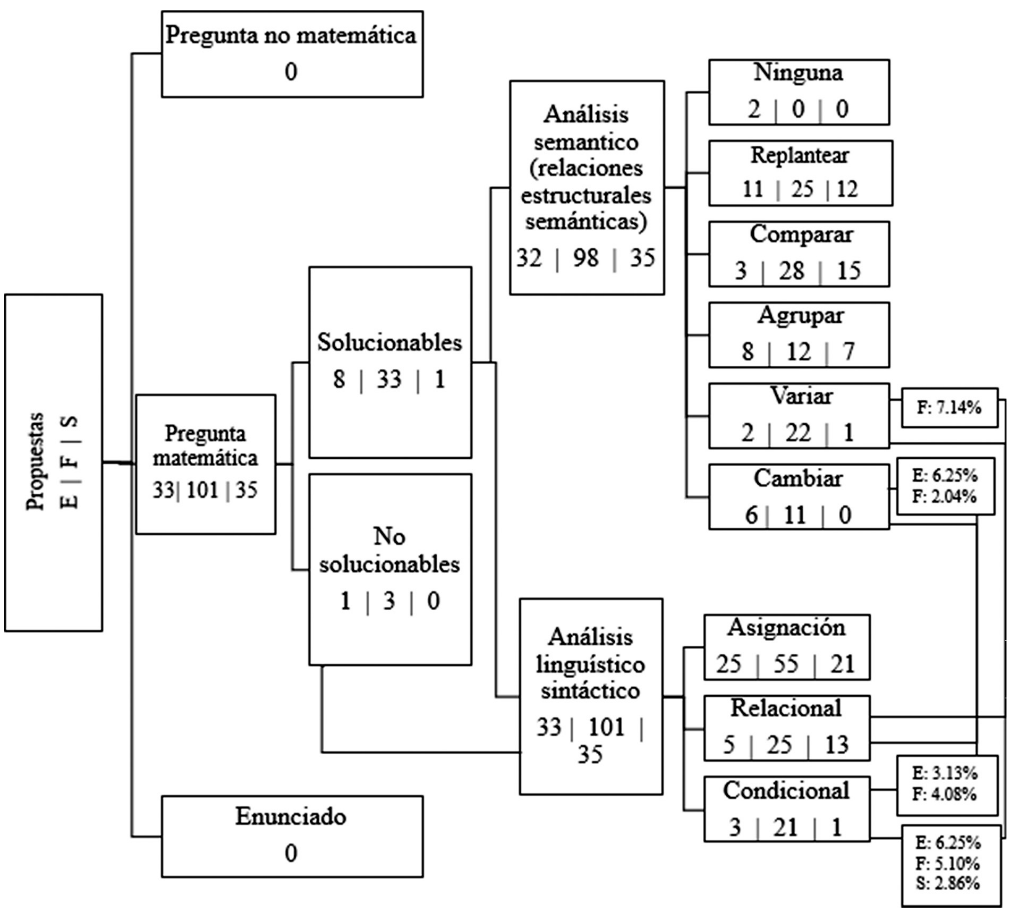


Figura 4. Resumen de resultados, clasificación de los problemas propuestos y porcentajes de las propuestas de nivel más alto entre la clasificación.
E = estudiantes, F = profesores en formación, S = profesores en servicio.

Resultados

Resumen de los resultados

La figura 4 nos muestra el resumen de todo el proceso de análisis y clasificación de los problemas propuestos. Se agrega, por grupo, el porcentaje que corresponde a los problemas con un nivel de complejidad alto.

A manera de simplificación, en tanto los niveles de complejidad de los problemas propuestos, construimos el diagrama 1, que aproxima los porcentajes de problemas propuestos por cada grupo ubicados en cada nivel.

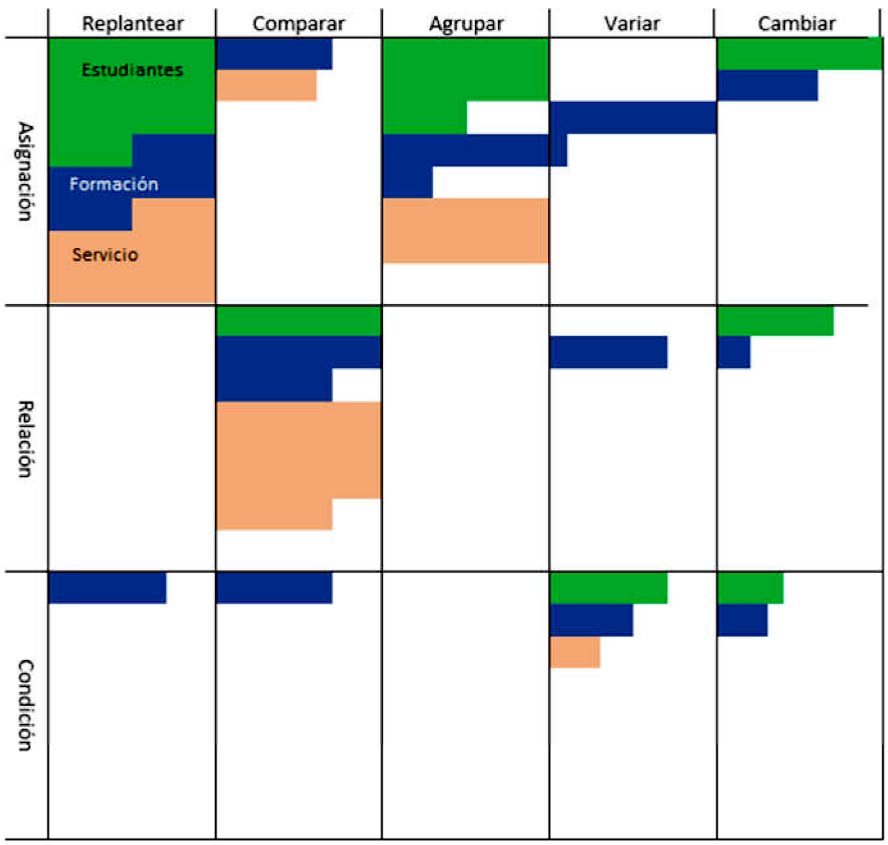


Diagrama 1. Resumen de los niveles de dificultad de los problemas propuestos.

Respuestas de invención de problemas

Los participantes proporcionaron un total de 169 respuestas: 33 de estudiantes de bachillerato, 101 de profesores en formación y 35 de profesores en servicio. De estas 169 respuestas, 100% se clasificó como preguntas matemáticas. Por otro lado, los estudiantes de bachillerato generaron en promedio tres preguntas por participante, los profesores en formación, siete, y los profesores en servicio, cuatro.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

Solubilidad matemática

Un total de 165 problemas generados se consideraron matemáticamente solucionables. En cuanto a los cuatro problemas clasificados como no solucionables, uno pertenece al grupo de bachillerato y tres al grupo de profesores en formación. En lo que respecta al grupo conformado por los profesores en servicio, todas sus preguntas matemáticas resultaron solucionables.

Por otro lado, la mayoría de los problemas solucionables podría responderse sobre la base de la información proporcionada en el núcleo de la tarea. En total, 42 problemas matemáticos solucionables (25.4%) podían responderse solo con la nueva información suministrada por los participantes, dando lugar a una relación estructural semántica de variación o cambio; de estos, 8 pertenecen al grupo de estudiantes, 33 al de profesores en formación y 1 al de profesores en servicio. Un ejemplo de este tipo de pregunta matemática se observa en la figura 5.

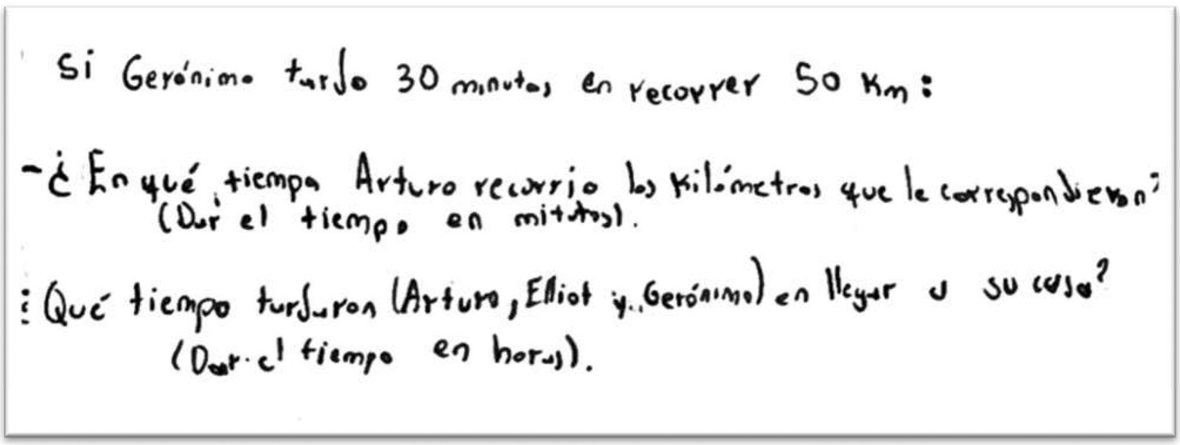
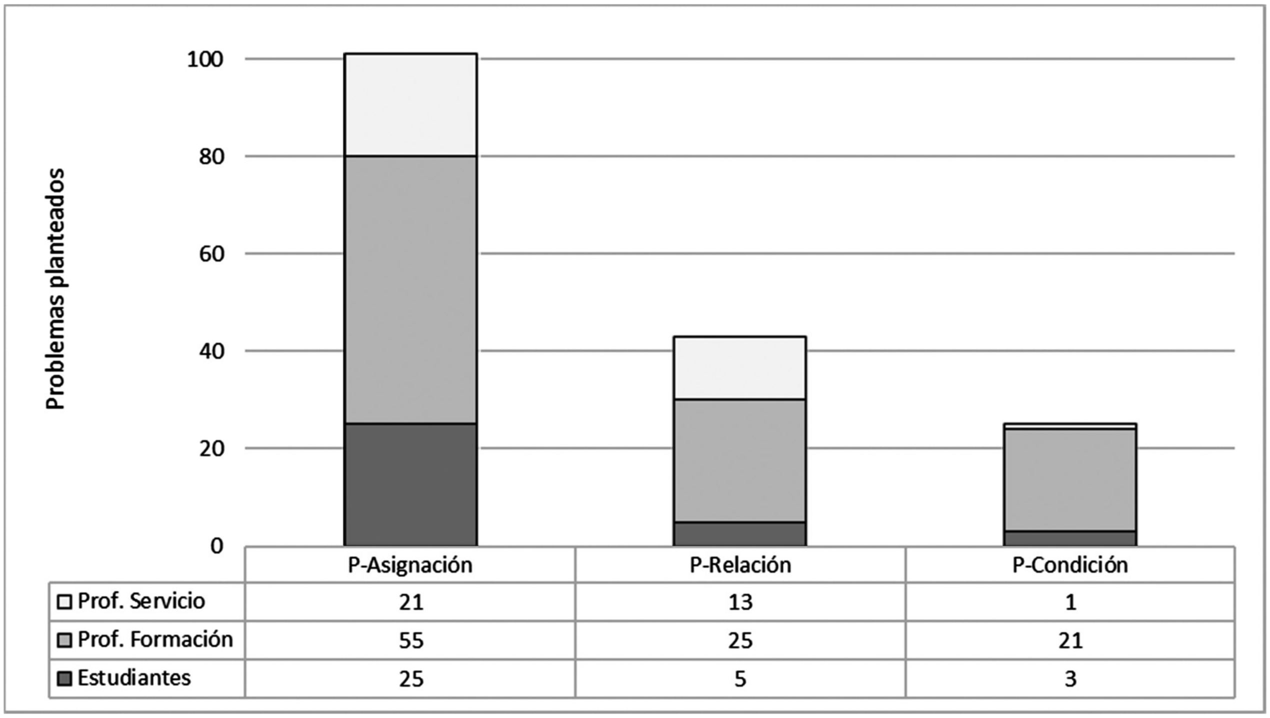

Si Gerónimo tardo 30 minutos en recorrer 50 Km:
-¿En qué tiempo Arturo recorrio los kilómetros que le correspondieron?
(Dar el tiempo en minutos).
¿Qué tiempo tardaron (Arturo, Elliot y Gerónimo) en llegar a su casa?
(Dar el tiempo en horas).

Figura 5. Problema matemático solucionable con nueva información suministrada por un profesor en formación.

Complejidad lingüística o sintáctica

La complejidad lingüística-sintáctica de los problemas planteados se determinó examinando todas las preguntas elaboradas, en busca de proposiciones de asignación, proposiciones relacionales o proposiciones condicionales. De las respuestas obtenidas en este estudio, 92 de las preguntas involucraban una proposición de asignación. Con respecto a las proposiciones relacionales, estas son involucradas en 46 de las preguntas matemáticas. Finalmente, en cuanto a las proposiciones condicionales, solo se encontraron 25.

La gráfica 1 resume la complejidad lingüística de los problemas matemáticos de cada uno de los grupos participantes, dependiendo del tipo de proposición empleada; se recuerda que el análisis lingüístico se llevó a cabo sobre problemas solucionables y no solucionables.



Gráfica 1. Propuestas de problemas matemáticos con sus respectivos niveles de complejidad lingüística por grupo de participantes.
Fuente: elaboración propia.

Complejidad matemático-semántica

Todos los problemas matemáticamente solucionables se examinaron para detectar la presencia de las cinco relaciones estructurales semánticas fundamentales, a recordar: replantear, comparar, agrupar, variar y cambiar, o combinaciones de estas relaciones. Usando este enfoque, en la tabla 2 presentamos los 165 problemas matemáticos solucionables clasificados con respecto a la complejidad semántica. Decidimos colocar todos los problemas planteados para información y análisis del lector, así como sombreamos aquellos problemas con mayor frecuencia en cada relación estructural semántica.

Como se puede observar, la mayoría de los problemas planteados no eran semánticamente complejos; además, hubo una tendencia a que los problemas de multirrelación aparecieran más tarde que temprano en la secuencia de respuesta.

La gráfica 2 resume el comportamiento de los problemas matemáticos solucionables de cada uno de los grupos de participantes, con respecto a su nivel de complejidad matemática.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

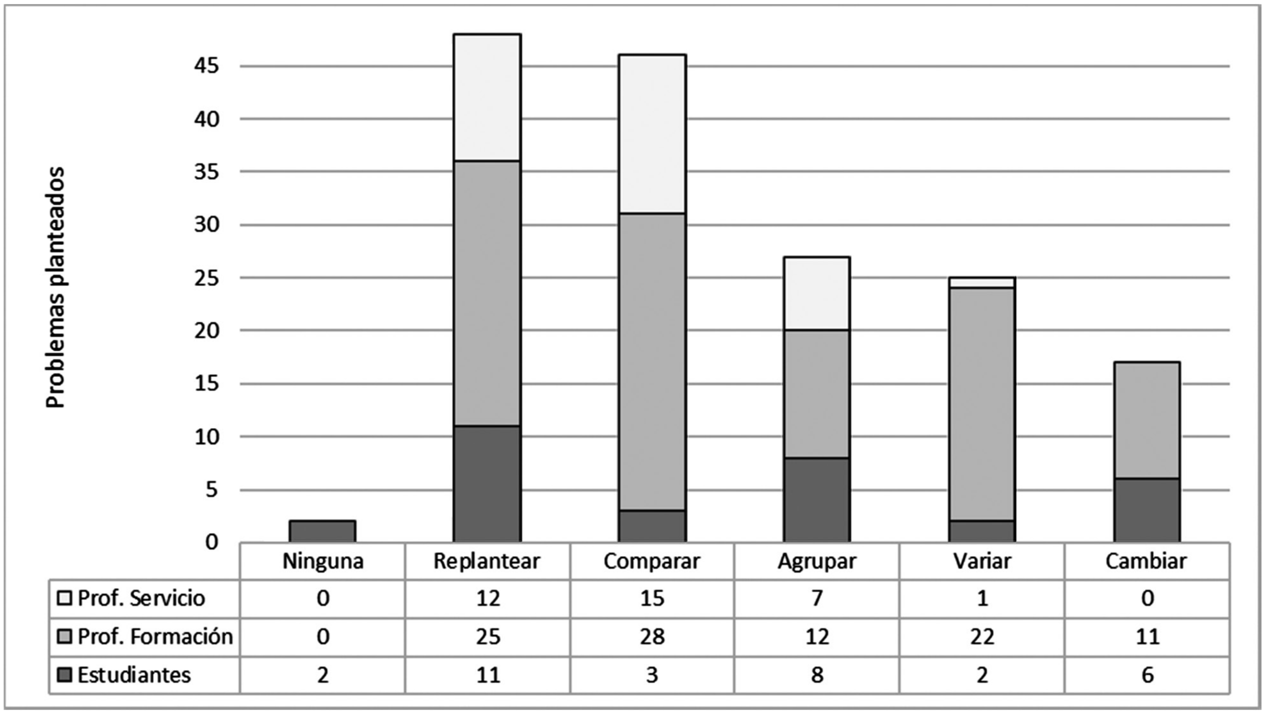
Tabla 2a. Problemas matemáticos y relaciones semánticas por grupo de participantes.

Relaciones	Preguntas propuestas	Est.	P. Form.	P. Serv.
Ninguna	¿Cuántos kilómetros recorrió Gerónimo?	2		
Replantear	¿Cuántos kilómetros condujo Elliot?	4	6	7
	¿Cuántos kilómetros condujo Arturo?	7	10	3
	¿Cuántos kilómetros condujeron cada uno?			2
	¿Cuántos metros condujo cada personaje?		3	
	¿Cuál es la ecuación que formula el problema?		2	
	Convierte los km que recorrió Gerónimo a metros.		1	
	¿Quién condujo 18 km?		1	
	¿A cuántas millas equivale lo que condujo Arturo?		1	
	Mostrar lo que condujo Gerónimo en cm.		1	
Comparar	¿Cuál de los tres recorrió más kilómetros?	2	8	7
	¿Cuál de los tres recorrió menos kilómetros?	1	4	6
	¿Qué porcentaje condujo Gerónimo, Elliot y Arturo?		4	
	¿Cuántos kilómetros condujo Arturo en comparación con Gerónimo?			1
	Entre los kilómetros de Elliot y Gerónimo ¿es la misma distancia que Arturo?			1
	¿Cuántos kilómetros manejaron Arturo y Gerónimo?		3	
	¿Quién condujo más kilómetros, ______ o ______? (combinación de personajes)		3	
	¿Cuánto condujeron Arturo y Elliot?		2	
	Si a los km que condujo Elliot le restamos los km que condujo Gerónimo, ¿cuántos kilómetros son?		2	
	¿Cuántos kilómetros condujeron Arturo y Elliot más que Gerónimo?		1	
	¿Cuántos kilómetros le faltaron a Gerónimo para alcanzar a Elliot?		1	
Agrupar	¿Cuántos kilómetros manejaron los tres?	7	12	7
	¿Cuál es un cuarto de la distancia recorrida?	1		
Variar	Si por cada km recorrían ½ hora, ¿cuántas horas condujo (personaje)?		3	
	Si por cada km recorrían *n* horas, ¿cuál de ellos manejó más horas?		2	
	Si el total de kilómetros que manejaron los tres los manejaron en 3 horas, ¿cuantos kilómetros manejaron en *n* horas?		2	
	Si tardaron 5 horas en regresar, ¿cuál fue su velocidad promedio?			1
	Si Gerónimo tardó 30 min en recorrer 50 km, ¿en qué tiempo Arturo recorrió los kilómetros que le correspondían?		1	
	¿qué tiempo tardaron en llegar a su casa?		1	
	¿cuánto tiempo tarda Arturo y cuánto Elliot en recorrer sus kilómetros?		1	
	¿A qué velocidad viajó Arturo si sabemos que lo hizo en un tiempo de 2 horas?		1	
	Si condujeron a una velocidad constante de 80 km/h, ¿cuánto tiempo les tomó llegar a su casa?		2	
	Si Arturo condujo a 100 km/h, Elliot a 90 km/h y Gerónimo a 95 km/h, ¿qué tiempo tardaron en llegar a la casa?		3	
	¿cuál es la velocidad promedio de los 3?		1	

Tabla 2b. Problemas matemáticos y relaciones semánticas por grupo de participantes.

Relaciones	Preguntas propuestas		Est.	P. Form.	P. Serv.
Ninguna	Gerónimo tardó 2 horas, Elliot tardó el triple que Gerónimo y Arturo 9 horas,	¿quién condujo más rápido?		1	
		¿quién condujo más lento?		1	
		¿cuántas horas duraron Arturo y Elliot juntos?		1	
	Arturo conducía a 30 km/h, Elliot a 25 km/h y Gerónimo a 20 km/h,	¿quién condujo durante más tiempo?		1	
		¿quién condujo durante menos tiempo?		1	
	¿A qué hora llegan a su destino si empiezan a conducir a las 4:00 p.m. y el auto va a 40 km/h?		1		
	¿Cuánto sería el área de un cuadrado, si la distancia total recorrida fuera su perímetro?		1		
Cambiar	¿Cuántos kilómetros le habría tocado a cada uno si hubieran conducido en partes iguales?		1	1	
	Si la suma de los kilómetros conducidos por Elliot y Arturo es igual al triple de los kilómetros conducidos por Gerónimo y sabemos que Elliot manejó 80 km más que Arturo, ¿cuántos kilómetros condujo Arturo?			1	
	Si estaban en el km 20 del camino a casa y éste es una línea recta, ¿en qué kilómetro se encuentra ubicada la casa?			1	
	Durante el viaje pasaron por 4 pueblos para poder llegar a su casa: el primer pueblo estaba a 90 kilómetros, el segundo a 50 km, el tercero a 60 km y el cuarto a 45 km, ¿a cuántos kilómetros está del último pueblo a donde ellos tenían que llegar?			1	
	Con la condición de que a Arturo y Elliot les tocó conducir de nuevo los mismos kilómetros que la primera vez,	¿cuánto condujo cada uno?		1	
		¿quién manejó más kilómetros?		1	
		¿Qué tan lejos estaban?		1	
	Si Elliot hubiera manejado por Gerónimo, ¿cuántos km hubiera manejado Elliot?			1	
	Si multiplicamos la cantidad de km que condujo Arturo por 10 y le restamos los km que condujo Gerónimo, ¿cuántos km son?			1	
	Si sólo hubieran conducido Gerónimo y Elliot, ¿cuántos km son?			1	
	Y si Gerónimo condujo 100 km, ¿cuánto condujo Arturo?			1	
	¿Cuándo conducirá Elliot y Arturo si Gerónimo condujera 90 kilómetros?		1		
	¿Cuánto sería el total de km recorridos entre los 3, si Elliot condujera una vez más la distancia recorrida de Gerónimo?		1		
	¿Cuántos kilómetros se condujeron durante el transcurso, si después que condujeron los tres que iban dentro del auto entró otro y condujo la mitad de lo que condujeron los tres primeros?		1		
	¿Cuántos kilómetros conduciría Elliot si manejara 5 veces lo que manejó Arturo?		1		
	¿Cuánto conducirá Arturo si Elliot condujera el cuádruple de Gerónimo?		1		
			32	98	35

Fuente: elaboración propia.



Gráfica 2. Problemas matemáticos solucionables con sus respectivos niveles de complejidad matemática por grupo de participantes.

Niveles de complejidad lingüística y semántica de las preguntas planteadas

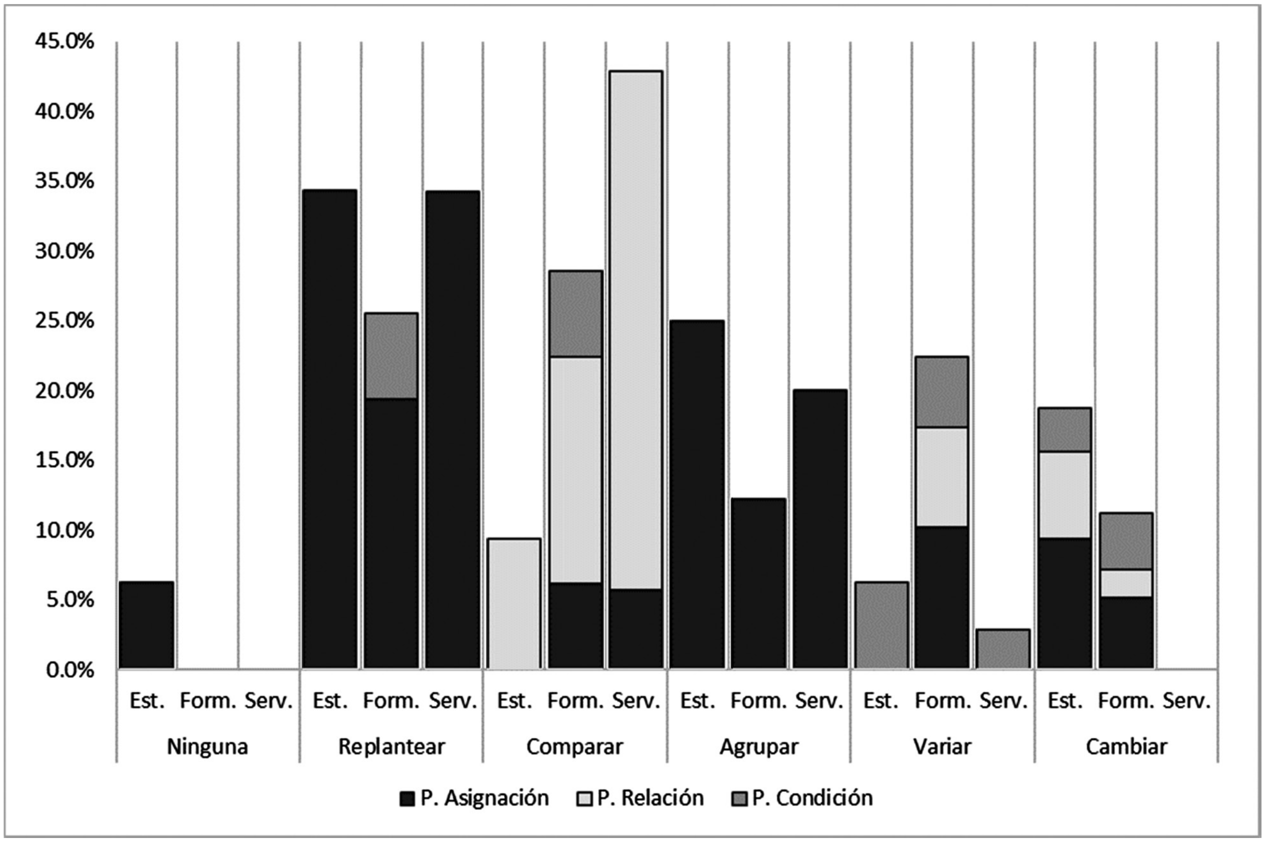
Un número reducido de los participantes pudo generar problemas matemáticos complejos sintáctica y semánticamente (con relaciones estructurales de variación o cambio y usando proposiciones de relación o de condición). Los porcentajes de cada grupo fueron: 18.36% de las producciones de los profesores en formación; 15.62% de las producciones de los estudiantes, y solo 2.85% de los profesores en servicio tienen estas características de complejidad. Ahora bien, en la tabla 3 se muestran algunos ejemplos de problemas planteados por los participantes, los cuales están dispuestos con respecto a su nivel de complejidad semántica y complejidad lingüística. Los recuadros que aparecen sombreados hacen referencia a ejemplos de problemas complejos tanto sintáctica como semánticamente.

Por otro lado, en la gráfica 3 observamos cómo se distribuyeron las producciones de cada grupo de participantes.

Tabla 3. Ejemplos de problemas matemáticos planteados por los participantes y organizados con respecto a su complejidad semántica y lingüística.

Compejidad semántica / Relación estructural semántica	Compejidad lingüística: Proposición de asignación	Proposición de relación	Proposición de condición	Total
Ninguna	¿Cuánto condujo Gerónimo?			
	E: 6.25%			E: 6.25%
Replantear	¿Cuánto condujo Arturo/Eliot?		Mostrar lo que condujo Gerónimo en cm.	
	E: 34.38%			E: 34.38%
	F: 19.39%		*F: 6.12%*	F: 25.51%
	S: 34.29%			S: 34.29%
Comparar	¿Qué porcentajes condujeron Gerónimo, Elliot y Arturo?	¿Cuál de los tres recorrió más kilómetros?	Si a los km que condujo Elliot le restamos los km que condujo Gerónimo, ¿cuántos kilómetros son?	
		E: 9.38%		E: 9.38%
	F: 6.12%	*F: 16.33%*	*F: 6.12%*	F: 28.57%
	S: 5.71%	*S: 37.14%*		S: 42.85%
Agrupar	¿Cuántos kilómetros manejaron los tres?			
	E: 25%			E: 25%
	F: 12.24%			F: 12.24%
	S: 20%			S: 20%
Variar	Si tardaron 5 horas en regresar, ¿cuál fue su velocidad promedio?	Si por cada km recorrían *n* horas, ¿cuál de ellos recorrió más horas?	¿A qué hora llegan a su destino si empiezan a conducir a las 4:00 pm y el auto va a 40 km/h?	
			E: 6.25%	E: 6.25%
	F: 10.2%	*F: 7.14%*	*F: 5.1%*	F: 22.45%
			S: 2.86	S: 2.86%
Cambiar	Y si Gerónimo condujo 100 km, ¿cuánto condujo Arturo?	Con la condición de que a Arturo y Elliot les tocó conducir de nuevo los mismos kilómetros que la primera vez, ¿quién manejó más kilómetros?	¿Cuánto sería el total de km recorridos entre los 3, si Elliot condujera una vez más la distancia recorrida de Gerónimo?	
	E: 9.38%	*E: 6.25%*	*E: 3.13%*	E: 18.76
	F: 5.1%	*F: 2.04%*	*F: 4.08%*	F: 11.22%
Est.	75%	15.63%	9.38%	100%
P. Form.	50%	28.57%	21.43%	100%
P. Serv.	54.29%	42.86%	2.86%	100%

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550



Gráfica 3. Problemas matemáticos solucionables con sus respectivos niveles de complejidad lingüística y matemática por grupo de participantes.

Relaciones entre las preguntas planteadas

Este análisis se centró en examinar las posibles relaciones entre las respuestas que develarían aspectos estratégicos del pensamiento que los participantes pudieron tomar al plantear sus problemas. Así, los conjuntos de respuestas simétricas eran aquellas que no reflejaban relaciones entre las preguntas propuestas; es decir, solo variaban ligeramente algún dato, pero esencialmente la pregunta era la misma, por lo que el nivel de complejidad es el mismo.

Otro tipo de relación es evidente cuando la segunda o tercera respuesta planteada requiere del uso de información derivada de la solución de una pregunta planteada anteriormente, se les consideran preguntas encadenadas. Cabe señalar que al resto de las preguntas las consideramos no relacionadas. En la tabla 4 mostramos ejemplos de cada tipo. Así, parece evidente que en el caso de preguntas simétricas el nivel de complejidad es equivalente en cada caso, mientras que en las preguntas encadenadas el nivel de complejidad aumenta en cada pregunta, y en las preguntas no relacionadas el nivel de complejidad puede variar, aunque no en un orden predecible.

Las preguntas simétricas estaban en conjunto de dos respuestas. Las preguntas encadenadas se encontraban en conjuntos de tres.

Tabla 4. Preguntas encadenadas, simétricas y sin relación.

Estudiantes	Profesores en formación	Profesores en servicio
	Conjuntos de preguntas simétricas	
30%	6.6%	55.6%
¿Cuál de los tres recorrió más kilómetros?		
¿Cuál de los tres recorrió menos kilómetros?		
	Conjuntos de preguntas encadenadas	
20%	26.6%	44.4%
¿Cuántos kilómetros manejó Arturo?		
¿Cuántos kilómetros manejó Elliot?		
¿Cuántos kilómetros viajaron en total entre los tres?		
	Conjuntos de preguntas sin relación	
50%	66.8%	0%
¿Cuántos kilómetros condujo Arturo?		
¿A qué equivale un cuarto de la distancia recorrida?		
¿A qué hora llegan a su destino si empiezan a conducir a las 4:00 p.m. y el auto va a 40 km/h?		

Discusión

Sobre las preguntas propuestas y solubilidad matemática

Es claro que el hecho de que los profesores de este estudio sean de matemáticas, en contraposición a las producciones de profesores de nivel básico (primaria y secundaria), facilitó la claridad sobre lo que es un problema matemático, ya que el 100% de las propuestas se clasificaron como tales; sin embargo, hay que destacar que lo mismo sucedió con los estudiantes de bachillerato, lo que podría ser indicio de que este alto nivel de éxito está derivado de la primera fase de los talleres impartidos, en la cual se habla de los problemas matemáticos y sus características.

Los estudiantes de bachillerato generaron tres preguntas matemáticas solucionables por participante; los profesores en formación generaron un promedio de 7 y los profesores en servicio 4 preguntas cada uno. Esto puede estar relacionado con que algunos estudios ponen de manifiesto que la invención de problemas es una característica de la actividad creativa y, como Ellerton y Clarkson (1996) indican, la dificultad que los adultos experimentan en el planteamiento de problemas y con las preguntas abiertas probablemente es un legado de su época escolar. Por ejemplo, Silver (1994) estudió la creatividad en un grupo de estudiantes y valoró la fluidez de acuerdo con el número de problemas planteados; la investigación concluye que existe una relación positiva entre la habilidad para proponer problemas, el grado de creatividad y el talento matemático. De modo que los profesores en formación se vieron más aventurados al plantear un mayor número de preguntas, aunque también fueron quienes proporcionaron un mayor número de preguntas no relacionadas entre sí. Por

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 12 • 2021 • e1201 • ISSN: 2448-8550

el contrario, los profesores en servicio fueron cuidadosos al momento de proponer preguntas simétricas o encadenadas; esto último es coherente con lo sustentado por Crespo (2003), quien encontró que los profesores, previo a una intervención, consideraban al momento de crear un problema que este fuera fácil de resolver, así como que resultara familiar para el estudiante, por lo que proponer preguntas con estructura parece adecuado.

Dicho lo anterior, nuestros resultados están en contraposición con lo que Crespo (2003) y Crespo y Sinclair (2008) mencionan, a propósito de que sus investigaciones han mostrado que cuando se pide que generen un problema matemático, tanto los profesores en servicio como profesores en formación generan problemas que son predecibles, poco exigentes, mal formulados e insolubles; incluso agregan que cuando los maestros tienen acceso a planes de estudio basados en ciertos estándares, ellos tienden a transformar problemas potencialmente ricos y valiosos en formas que reducen su demanda cognitiva.

Sobre la complejidad lingüística de las preguntas propuestas

La investigación revela que los estudiantes de diferentes edades tienden a construir problemas familiares de un solo paso, es decir, problemas que involucran una respuesta rápida y precisa y que reformulan los problemas existentes en formas que reducen en lugar incrementar el nivel de complejidad de las matemáticas involucradas o requeridas por el problema (Crespo, 2003; Crespo y Sinclair, 2008; Gonzales, 1994; Silver y Cai, 1996). Nuestros resultados muestran que esta característica se presenta también en profesores en formación y en servicio, ya que un alto porcentaje de las propuestas son de asignación.

Los profesores en formación fueron quienes hicieron el mayor número de propuestas con proposiciones de relación y condición; es decir, estas resultaron ser lingüísticamente más complejas, aunque como hemos mencionado previamente, estos profesores fueron también quienes se aventuraron a proponer un mayor número de preguntas por participante, en contraste con los profesores en servicio, de los cuales solo una de las preguntas utilizó una proposición de condición. A propósito de lo anterior, pensamos que la experiencia en el aula puede interferir con la complejidad de las propuestas, al tener presente la familiaridad y la complejidad que los estudiantes pueden enfrentar.

Con respecto a los estudiantes de bachillerato, pensamos que hacen proposiciones de relación y de condición en función de lo que ellos mismos pueden resolver, y aunque la lógica parece la misma, los profesores pueden estar subestimando las habilidades que los propios estudiantes reconocen en ellos. Sin embargo, la investigación muestra que cuando se solicita que los maestros piensen y planteen los problemas que esperan que sus alumnos proporcionen en una situación dada, las predicciones de los maestros sirven para proporcionar una ventana a su propia capacidad de comprender el pensamiento matemático de sus estudiantes (Cai y Hwang, 2019).

Lo anterior revela que el desarrollo profesional adecuadamente orientado puede ayudar a los maestros a participar en la elaboración de problemas más productivos y valiosos y que incluso cuando los estudiantes y los maestros plantean problemas matemáticamente válidos, los problemas pueden no ser de alta calidad. Para abordar este problema, Cai y Hwang (2019) han investigado las condiciones que ayudan a los maestros y estudiantes a plantear mejores problemas, sugiriendo que la clave en esta área es la importancia de la exploración. Por ejemplo, Koichu y Kontorovich (2013) encontraron que combinar la exploración y la resolución de problemas con la presentación de los mismos, ayudó a los futuros maestros a plantear problemas más interesantes; asimismo, destacan un factor importante para ayudar a los maestros a convertirse en presentadores de problemas más efectivos: involucrarlos en contextos matemáticamente desafiantes. La necesidad de plantear el problema crece naturalmente como parte de la tarea pedagógica más grande, y si el contexto matemático y el contenido son desafiantes, entonces es más probable que los maestros planteen problemas que valgan la pena.

Sobre la complejidad matemática

En su estudio, Cai y Hwang (2019) encontraron que el tipo de problemas propuestos por estos profesores es semejante a las propuestas de estudiantes de secundaria reportados en Silver y Cai (1996). Especialmente en el caso de los maestros en formación, la distinción entre la presentación problemática de los estudiantes y la presentación problemática de los maestros a menudo es confusa. Así, nuestros resultados son semejantes a esta afirmación; de hecho, las preguntas "¿Cuántos kilómetros manejaron los tres?", "¿Cuántos kilómetros condujo Arturo?", "¿Cuántos kilómetros condujo Elliot?", "¿Cuál de los tres recorrió más kilómetros?" y "¿Cuál de los tres recorrió menos kilómetros?" fueron planteadas frecuentemente en los tres grupos. Esto puede deberse a que la actividad propone todas las condiciones para resolver estas preguntas, que suelen ser bastante simples.

Los estudiantes de secundaria (Silver y Cai, 1996) proponen preguntas semejantes a nuestros resultados, con la tendencia de muchos estudiantes a generar secuencias de problemas encadenados que se convirtieron de problemas relacionados más simples a más complicados; en contraste, los estudiantes de bachillerato de nuestro estudio siguen una tendencia a presentar problemas no relacionados. A la luz de nuestro marco teórico, esto no significa que el nivel de complejidad lingüística y semántica de estas producciones sea más bajo, pero sí menos organizado. Este hallazgo acerca de los problemas relacionados generados se muestra bastante interesante, puesto que una investigación previa realizada por Ellerton (1986) sugirió que la generación de problemas bien planificada era una característica de los estudiantes de matemáticas de alto rendimiento, sin embargo, estaba ausente en gran medida en los estudiantes de bajo rendimiento. Solamente un profesor generó un problema complejo sintáctica y semánticamente, lo que se asocia con que los profesores de matemáticas raramente piden a sus alumnos que propongan problemas e incluso ellos rara vez se enfrentan a esta actividad.

Alcances, limitaciones y futuras investigaciones

Los resultados de este estudio sugieren procesos probables de planteamiento de problemas, pero los datos no permiten un análisis definitivo del pensamiento de los sujetos a medida que generan sus secuencias de problemas. Sería interesante saber, por ejemplo, si los participantes tenían el problema final en mente como el problema objetivo y si simplemente escribieron primero los problemas más simples, tal vez como resultado de la experiencia educativa, o si los problemas más complejos surgieron de sus problemas en aula.

Así, una de las limitaciones encontrada en la investigación anterior es el hecho de que a los participantes no se les pidió que resolvieran sus problemas matemáticos, por lo cual no se reconoce si podían o no hacerlo. Agregar actividades de resolución de los problemas planteados podría ser atrayente para futuras investigaciones.

Referencias

Akay, H., y Boz, N. (2010). The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, *35*(1), 59-75. https://doi.org/10.14221/ajte.2010v35n1.6.

Ayllón, F., y Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta*, (17), 29-40.

Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L., y Song, N. (2019). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, *102*, doi: 10.1016/j.ijer.2019.02.004.

Cai, J., & Hwang, S. (2019). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. International Journal of Educational Research, 102. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001.

Clements, M. A. (1999). Planteamiento y resolución de problemas: ¿Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (30), 27-36.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, *52*(3), 243-270.

Crespo, S., y Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*(5), 395-415. https://doi.org/10.1007/s10857-008-9081-0.

Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, (17), 261-271. http://dx.doi.org/10.1007/BF00305073.

Gonzales, N. A. (1994). Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and Mathematics*, *94*(2), 78-84.

Koichu, B. (2019). Problem posing in the context of teaching for advanced problem solving. *International Journal of Educational Research*, *102*(3). https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.05.001.

Koichu, B., y Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: A case of the Billiard Task. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 71-86. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9431-9.

Olson, J. C., y Knott, L. (2013). When a problem is more than a teacher's question. *Educational Studies in Mathematics*, (83), 27-36. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9444-4.

Rodríguez, L., García, L., y Lozano, M. (2015). El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. *Atenas*, *4*(32), 100-112.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 19-28.

Silver, E. A., y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(5), 521-539. https://doi.org/10.2307/749846.

Silver, E. A., y Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, *12*(3), 129-135.

Xu, B., Cai, J., Liu, Q., y Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*, (112). doi: 10.1016/j.ijer.2019.04.005.

Cómo citar este artículo:

Arellano García, Y., Hernández Cruz, L. y Hernández Moreno, A. (2021). Complejidad lingüística y semántica en el planteamiento de problemas por estudiantes, profesores en formación y profesores en servicio de bachillerato. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, e1201. doi: 10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1201.